Russian Academy of Sciences
Institute of Philosophy

LOGICAL INVESTIGATIONS

Volume 21. Number 2

Moscow
2015

Российская академия наук
Институт философии

ЛОГИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

Том 21. Номер 2

Москва
2015

Logical Investigations

Scientific-Theoretical Journal

ISSN 2074-1472

Publisher: Institute of Philosophy, Russian Academy of Sciences.

Frequency: 2 times per year.

First issue: 1993; the journal is a redesigned continuation of the annual "Logical Investigations" that has been published since 1993 till 2015.

The journal is registered with the Federal Service for Supervision of Communications, Information Technology, and Mass Media (Roskomnadzor). The Mass Media Registration Certificate No. FS77-61228 on April 3, 2015.

The Journal is indexed in *Zentralblatt MATH*, *Mathematical Reviews*, *Russian Science Citation Index* (RINC).

The journal is included in the list of editions recommended by the Higher Attestation Commission for placement of publications of post-graduate students seeking Candidate's and Doctor's degrees.

Subscription index in the United Catalogue "The Russian Press" is 42046.

All materials published in Logical Investigations undergo peer review process.

Editorial address: 14/5 Volkhonka St., Moscow, 119991, Russian Federation
Tel.: +7 (495) 697-96-65
E-mail: logicalinvestigations@gmail.com
Website: http://eng.iph.ras.ru/log_inv.htm

Логические исследования

Научно-теоретический журнал

ISSN 2074-1472

Учредитель: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт философии Российской академии наук.

Периодичность: 2 раза в год.

Выходит с 1993 г.; журнал является прямым продолжением ежегодника «Логические исследования», издававшегося с 1993 по 2015 г.

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор). Свидетельство о регистрации СМИ: ПИ № ФС77-61228 от 03 апреля 2015 г.

Журнал реферируется и индексируется *Mathematical Reviews*, *Zentralblatt MATH*, *РИНЦ*.

Журнал включен в Перечень российских рецензируемых научных журналов, рекомендованных ВАК, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученых степеней доктора и кандидата наук.

Подписной индекс Объединенного каталога «Пресса России» — 42046.

Публикуемые материалы прошли процедуру рецензирования и экспертного отбора.

Адрес редакции: 119991, г. Москва, ул. Волхонка, д. 14, стр. 5
Тел.: +7 (495) 697-96-65
E-mail: `logicalinvestigations@gmail.com`
Сайт: `http://iph.ras.ru/login.htm`

TABLE OF CONTENTS

Symbolic Logic

Non-classical Logic

Philosophical Logic

History of Logic

Erratum

В НОМЕРЕ

Символическая логика

Неклассическая логика

Философская логика

История логики

Исправления

Логические исследования
2015. Т. 21. № 2. С. 9–14
УДК 164.07+510.635

Logical Investigations
2015, vol. 21, no 2, pp. 9–14

Символическая логика
Symbolic Logic

V.I. Shalack

On the Definitional Embeddability of the Combinatory Logic Theory into the First-Order Predicate Calculus

Shalack Vladimir Ivanovich
Department of Logic, Institute of Philosophy, Russian Academy of Sciences.
14/5 Volkhonka St., Moscow, 119991, Russian Federation.
E-mail: shalack@gmail.com

In this article we prove a theorem on the definitional embeddability of the combinatory logic into the first-order predicate calculus without equality. Since all efficiently computable functions can be represented in the combinatory logic, it immediately follows that they can be represented in the first-order classical predicate logic. So far mathematicians studied the computability theory as some applied theory. From our theorem it follows that the notion of computability is purely logical. This result will be of interest not only for logicians and mathematicians but also for philosophers who study foundations of logic and its relation to mathematics.

Keywords: combinatory logic, definitions, definitional embedding, predicate logic, computable functions

The *signature* Σ is a set of functional and predicate symbols.

The *first order language* $L(\Sigma)$ is the set of formulas of the signature Σ.

The *models* are pairs $M = < D, I >$, where D is a nonempty set of individuals and I is the function of interpretation of functional and predicate symbols.

In standard way we define relations $M, g \models A$ — «*formula A is true in the model M with assignment of values to individual variables g*» and $M \models A$ — «*formula A is true in the model M*».

The *theory in the language* $L(\Sigma)$ is some set of logical and non-logical axioms closed under derivability.

The *first-order predicate calculus in the language* $L(\Sigma)$ is the theory in the language $L(\Sigma)$ with empty set of non-logical axioms.

1. Defining new predicate symbols

We can use definitions in order to extend the language $L(\Sigma)$ of theories with new predicate symbols. The definitions have the following form [2, p. 15]:

$$\forall x_1 \dots x_n (P(x_1, \dots, x_n) \equiv A(x_1, \dots, x_n)).$$

The definition must satisfy the conditions:

1. $P \notin \Sigma$.
2. $A(x_1, \dots, x_n) \in L(\Sigma)$.
3. The variables $x_1, \dots, x_n$ are pairwise distinct.
4. The set of free variables of $A(x_1, \dots, x_n)$ is included into $\{x_1, \dots, x_n\}$.

After defining of the new predicate symbol P, it must be added to the signature Σ. As a result, there is a transition from the language $L(\Sigma)$ to the language $L(\Sigma \cup \{P\})$.

In the language of the first order predicate calculus we can define the universal n-ary predicate U^n by the following definition:

(DU) $\quad \forall x_1 \dots x_n (U^n x_1, \dots, x_n \equiv Px_1 \vee \neg Px_1)$.

The definition allows us to prove $DU \vdash \forall x_1 \dots x_n U^n x_1, \dots, x_n$.

This example is interesting because in the right part of the definition we use an arbitrary predicate symbol of the language of the first order predicate calculus. As another example, we can give a definition of a symmetric relation. Let B be an arbitrary predicate symbol of the language. We accept the following definition:

(DS) $\quad \forall xy(Sxy \equiv \forall uv(Buv \supset Bvu) \supset Bxy)$.

Let us show that $DS \vdash \forall xy(Sxy \supset Syx)$.

1. Sxy	– hyp
2. $\forall uv(Buv \supset Bvu) \supset Bxy$	– from 1 by DS
3. $\forall uv(Buv \supset Bvu)$	– hyp
4. Bxy	– from 2, 3
5. $Bxy \supset Byx$	– from 3
6. Byx	– from 4, 5
7. $\forall uv(Buv \supset Bvu) \supset Byx$	– from 3-6
8. Syx	– from 7 by DS
9. $Sxy \supset Syx$	– from 1-8

It turns out that many well-known theories can be defined within the first order predicate calculus.

Definition 1. The first-order theory T in a language $L(\Sigma)$ with finite set of non-logical axioms Ax is *definitionally embeddable* into predicate calculus, iff there are a signature Σ' and a set of definitions DT of symbols $\Sigma \smallsetminus \Sigma'$ by formulas of $L(\Sigma')$ which met the following condition:

$$\text{If } A \in L(\Sigma), \text{ then } Ax \vdash A \Leftrightarrow DT \vdash A.$$

This definition is some variant of the notion of *definitional embeddability of theories* which was proposed by V.A. Smirnov [3].

2. Combinatory logic as the first-order theory

We can formulate the first order theory of combinatory logic in the language with signature $\Sigma_C = \{\mathbf{K}, \mathbf{S}, *, \geq\}$, where

- $\mathbf{K}$, $\mathbf{S}$ — individual constants.
- $*$ — 2-argument functional symbol.
- $\geq$ — 2-place predicate symbol.

The next formulas are non-logical axioms of the theory:

Ax.1 $\forall xy((\mathbf{K} * x) * y \geq x)$

Ax.2 $\forall xyz(((\mathbf{S} * x) * y) * z \geq (x * z) * (y * z))$

Ax.3 $\forall x(x \geq x)$

Ax.4 $\forall xyz(x \geq y \supset (x * z) \geq (y * z))$

Ax.5 $\forall xyz(x \geq y \supset (z * x) \geq (z * y))$

Ax.6 $\forall xyz(x \geq y \& y \geq z \supset x \geq z)$.

The rules of inference are *modus ponens* and *generalisation*.

It is easy to verify that all the axioms and the rules of inference of combinatory logic as calculus of reductions [1] are provable in this theory.

3. The theorem of embeddability

THEOREM 1. *The theory of combinatory logic is definitionally embeddable into first-order predicate calculus.*

PROOF. We assume that the signature Σ_P of the first-order predicate calculus contains the symbols $\mathbf{K}, \mathbf{S}, *, >$ but doesn't contain the symbol $\geq$.

- $\mathbf{K}$, $\mathbf{S}$ — individual constants.
- $*$ — 2-argument functional symbol.
- $>$ — 2-place predicate symbol.

We write $Ax^{\&>}$ for conjunctions of the axioms Ax.1–6 in which the symbol $\geq$ is renamed into $>$.

We accept the following definition:

$(DC)\qquad \forall xy(x \geq y \equiv (Ax^{\&>} \supset x > y))$.

Let's check $DC \vdash Ax$.1–6.

Ax.1 $\forall xy((\mathbf{K} * x) * y \geq x)$

1. $\vdash Ax^{\&>} \supset \forall xy((\mathbf{K} * x) * y > x)$ – by def. of $Ax^{\&>}$
2. $\vdash \forall xy(Ax^{\&>} \supset (\mathbf{K} * x) * y > x)$ – from 1
3. $DC \vdash \forall xy((\mathbf{K} * x) * y \geq x)$ – from 2 by DC

Ax.2 $\forall xyz(((\mathbf{S} * x) * y) * z \geq (x * z) * (y * z))$

1. $\vdash Ax^{\&>} \supset \forall xyz(((\mathbf{S} * x) * y) * z > (x * z) * (y * z))$ – by def. of $Ax^{\&>}$
2. $\vdash \forall xyz(Ax^{\&>} \supset ((\mathbf{S} * x) * y) * z > (x * z) * (y * z))$ – from 1
3. $DC \vdash \forall xyz(((\mathbf{S} * x) * y) * z \geq (x * z) * (y * z))$ – from 2 by DC

Ax.3 $\forall x(x \geq x)$

1. $\vdash Ax^{\&>} \supset \forall x(x > x)$ – by def. of $Ax^{\&>}$
2. $\vdash \forall x(Ax^{\&>} \supset x > x)$ – from 1
3. $DC \vdash \forall x(x \geq x)$ – from 2 by DC

Ax.4 $\forall xyz(x \geq y \supset (x * z) \geq (y * z))$

1. $\vdash Ax^{\&>} \supset \forall xyz(x > y \supset (x * z) > (y * z))$ – by def. of $Ax^{\&>}$
2. $\vdash \forall xyz(Ax^{\&>} \supset (x > y \supset (x * z) > (y * z)))$ – from 1
3. $\vdash \forall xyz((Ax^{\&>} \supset x > y) \supset (Ax^{\&>} \supset (x * z) > (y * z)))$ – from 2 by self-distr. of $\supset$
4. $DC \vdash \forall xyz(x \geq y \supset (x * z) \geq (y * z))$ – from 3 by DC

Ax.5 $\forall xyz(x \geq y \supset (z * x) \geq (z * y))$

1. $\vdash Ax^{\&>} \supset \forall xyz(x > y \supset (z * x) > (z * y))$ – by def. of $Ax^{\&>}$
2. $\vdash \forall xyz(Ax^{\&>} \supset (x > y \supset (z * x) > (z * y)))$ – from 1
3. $\vdash \forall xyz((Ax^{\&>} \supset x > y) \supset (Ax^{\&>} \supset (z * x) > (z * y)))$ – from 2 by self-distr. of $\supset$
4. $DC \vdash \forall xyz(x \geq y \supset (z * x) \geq (z * y))$ – from 3 by DC

Ax.6 $\forall xyz(x \geq y \& y \geq z \ \supset \ x \geq z)$

1. $\vdash Ax^{\&>} \supset \forall xyz(x > y \& y > z \ \supset \ x > z)$ – by def. of $Ax^{\&>}$
2. $\vdash Ax^{\&>} \supset \forall xyz(x > y \supset (y > z \supset x > z))$ – from 1
3. $\vdash \forall xyz(Ax^{\&>} \supset (x > y \supset (y > z \supset x > z)))$ – from 2
4. $\vdash \forall xyz((Ax^{\&>} \supset x > y) \supset ((Ax^{\&>} \supset y > z) \supset (Ax^{\&>} \supset x > z)))$ – from 3 by self-distr. of $\supset$
5. $\vdash \forall xyz(x \geq y \supset (y \geq z \supset x \geq z))$ – from 4 by DC
6. $DC \vdash \forall xyz(x \geq y \& y \geq z \ \supset \ x \geq z)$ – from 5

Thus we have shown that all the axioms of the theory of combinatory logic are derivable from the DC. It follows that if $A \in L(\Sigma_C)$ and $Ax.1-6 \vdash A$, then $DC \vdash A$.

Now we must show that if $A \in L(\Sigma_C)$ and $DC \vdash A$, then $Ax.1-6 \vdash A$.

Let us assume that $DC \vdash A$ but not $Ax.1-6 \vdash A$. By the completeness theorem of the first-order logic it follows that $DC \models A$ and there exists such a model $M =< D, I >$ and an assignment of values to individual variables g that $M \models Ax.1-6$ and $M, g \models \neg A$.

We can extend the model $M = < D, I >$ to the model $M' = < D, I' >$ in which the formula DC is true. It is sufficient to expand the domain of the function I so that the new function of interpretation I' ascribes value I'$(>) = I(\geq)$ to predicate symbol $>$, and for all other functional and predicate symbols it retains the same value as I.

Since $M \models Ax.1{-}6$, then in the model $M' =< D, I' >$ by the definition of I' we will have $M' \models Ax^{\&>}$ and hence $M' \models x \geq y \equiv (Ax^{\&>} \supset x > y)$. Therefore by our assumption $DC \models A$ it must be $M', g \models A$. However the formula A doesn't contain the symbol $>$, while all other descriptive symbols are interpreted in the same way as in the model M, and by our assumption $M, g \models \neg A$, it must be $M', g \models \neg A$. We have obtained the contradiction. Therefore the assumption that $Ax.1 - 6 \vdash$ A does not hold, is false. □

COROLLARY 1. *All effectively computable functions can be represented in the first-order predicate logic.*

PROOF. This statement is true since all effectively computable functions can be represented in combinatory logic, which, as we have just shown, is definitionally embeddable in the first-order predicate logic. □

References

[1] Engeler, E. *Metamathematik der Elementarmathematik*. New York: Springer, 1983. 132 pp.

[2] Karpovich, V.N. *Terminy v strukture teorii. Logicheskij analiz* [Terms in the structure of the theory. Logical analysis]. Novosibirsk: Nauka, 1978. 128 pp. (In Russian)

[3] Smirnov, V.A. "Logical Relations between Theories", *Synthese*, 1986, 66(1), pp. 71–87.

[4] Shalack, V. "On Some Applied First-Order Theories which Can be Represented by Definitions", *Bulletin of the Section of Logic*, 2015, 44/1-2, pp. 19–24.

Логические исследования
2015. Т. 21. № 2. С. 15–20
УДК 164.07+510.635

Logical Investigations
2015, vol. 21, no 2, pp. 15–20

V.I. Shalack

On the Definitional Embeddability of Some Elementary Algebraic Theories into the First-Order Predicate Calculus

Shalack Vladimir Ivanovich
Department of Logic, Institute of Philosophy, Russian Academy of Sciences.
14/5 Volkhonka St., Moscow, 119991, Russian Federation.
E-mail: shalack@gmail.com

In this article we prove a theorem on the definitional embeddability into first-order predicate logic without equality of such well-known mathematical theories as group theory and the theory of Abelian groups. This result may seem surprising, since it is generally believed that these theories have a non-logical content. It turns out that the central theory of general algebra are purely logical. Could this be the reason that we find them in many branches of mathematics? This result will be of interest not only for logicians and mathematicians but also for philosophers who study foundations of logic and its relation to mathematics.

Keywords: elementary theory, algebraic theory, groups, Abelian groups, definitions, definitional embedding, predicate logic

We assume that the language of the first-order predicate calculus is defined in the standard way as the set of terms and formulas over signature Σ, which consists of nonlogical relational and functional symbols. We write $L(\Sigma)$ for the first-order language with signature Σ. Models are pairs $M = \langle D, I \rangle$, where D is a non-empty set of individuals, and I is an interpretation of function and predicate symbols in the domain D. The relations $M, g \models A$ — *"formula A is true in the model M with assignment of values to individual variables g"* and $M \models A$ — *"formula A is true in the model M"* are defined in standard way.

1. Defining new predicate symbols

We can use definitions in order to extend the language $L(\Sigma)$ of theories with new predicate symbols. The definitions have the form of equivalences [1, p. 15]:

$$\forall x_1 \dots x_n (P\,(x_1, \dots, x_n) \equiv A\,(x_1, \dots, x_n)).$$

The definition must satisfy the conditions:

1. $P \notin \Sigma$.
2. $A(x_1, \ldots, x_n) \in L(\Sigma)$.
3. The variables $x_1, \ldots, x_n$ are pairwise distinct.
4. The set of free variables of $A(x_1, \ldots, x_n)$ is included into $\{x_1, \ldots, x_n\}$.

After defining of the new predicate symbol P it must be added to the signature Σ. As a result, there is a transition from the language $L(\Sigma)$ to the language $L(\Sigma \cup \{P\})$.

2. The notion of definitional embedding

DEFINITION 1. The first-order theory T in a language $L(\Sigma)$ with finite set of non-logical axioms Ax is *definitionally embeddable* into predicate calculus iff there are a signature Σ' and a set of definitions DT of symbols $\Sigma \setminus \Sigma'$ by formulas of $L(\Sigma')$ which met the following condition:

$$\text{if } A \in L(\Sigma) \text{ then } Ax \vdash A \Leftrightarrow DT \vdash A.$$

This definition is some variant of the notion of *definitional embeddability of theories* which was proposed by V.A. Smirnov [3].

3. The elementary theories of groups, Abelian groups, and fields

The theory of groups is formulated in the language over signature $\Sigma = \{0, +, =\}$ where "0" is individual constant, " $+$ " is 2-ary functional symbol and " $=$ " is 2-place predicate.

The elementary theory of groups has the next non-logical axioms [2, p. 71].

A. $\forall xyz(x + (y + z) = (x + y) + z)$

B. $\forall x(0 + x = x)$

C. $\forall x \exists y(y + x = 0)$

D. $\forall x(x = x)$

E. $\forall xy(x = y \supset y = x)$

F. $\forall xyz(x = y \supset (y = z \supset x = z))$

G. $\forall xyz(y = z \supset (x + y = x + z \& y + x = z + x))$.

The elementary theory of Abelian groups needs additional axiom of commutativity [2, p. 71]:

H. $\forall xy(x + y = y + x)$.

THEOREM 1. *The elementary theories of groups and Abelian groups are definitionally embeddable in the first order predicate calculus without equality.*

PROOF. We assume that the signature of the first-order predicate calculus contains the individual constant "0", the 2-ary functional symbol " $+$ ", and the binary predicate symbol " $\approx$ " but doesn't contain " $=$ ".

We accept the following definition

(DG) $\quad \forall xy(x = y \equiv (A\& \dots \& G)[\approx / =] \supset x \approx y)$.

The expression $(A\& \dots \& G)[\approx / =]$ denotes conjunction of the formulas $A - G$ in which the symbol " $=$ " is renamed into " $\approx$ ". And when it is necessary instead of $(A\& \dots \& G)[\approx / =]$ we will use the shorthand $AG^{\approx}$.

Let's check $DG \vdash A\& \dots \& G$.

A. $\forall xyz(x + (y + z) = (x + y) + z)$

1. $\vdash AG^{\approx} \supset A[\approx / =]$
2. $\vdash AG^{\approx} \supset \forall xyz(x + (y + z) \approx (x + y) + z)$ – from 1
3. $\vdash \forall xyz(AG^{\approx} \supset x + (y + z) \approx (x + y) + z)$ – from 2, because $AG^{\approx}$ is closed
4. $DG \vdash \forall xyz(x + (y + z) = (x + y) + z)$ – from 3 by DG

B. $\forall x(0 + x = x)$

1. $\vdash AG^{\approx} \supset B[\approx / =]$
2. $\vdash AG^{\approx} \supset \forall x(0 + x \approx x)$ – from 1
3. $\vdash \forall x(AG^{\approx} \supset 0 + x \approx x)$ – from 2
4. $DG \vdash \forall x(0 + x = x)$ – from 3 by DG

C. $\forall x \exists y(y + x = 0)$

1. $\vdash AG^{\approx} \supset C[\approx / =]$
2. $\vdash AG^{\approx} \supset \forall x \exists y(y + x \approx 0)$ – from 1
3. $\vdash \forall x \exists y(AG^{\approx} \supset y + x \approx 0)$ – from 2
4. $DG \vdash \forall x \exists y(y + x = 0)$ – from 3 by DG

D. $\forall x(x = x)$

1. $\vdash AG^{\approx} \supset D[\approx / =]$
2. $\vdash AG^{\approx} \supset \forall x(x \approx x)$ – from 1
3. $\vdash \forall x(AG^{\approx} \supset x \approx x)$ – from 2
4. $DG \vdash \forall x(x = x)$ – from 3 by DG

E. $\forall xy(x = y \supset y = x)$

1. $\vdash AG^{\approx} \supset E[\approx / =]$
2. $\vdash AG^{\approx} \supset \forall xy(x \approx y \supset y \approx x)$ – from 1
3. $\vdash \forall xy(AG^{\approx} \supset (x \approx y \supset y \approx x))$ – from 2
4. $\vdash \forall xy((AG^{\approx} \supset x \approx y) \supset (AG^{\approx} \supset y \approx x))$ – from 3 by self-distr. $\supset$
5. $DG \vdash \forall xy(x = y \supset y = x)$ – from 4 by DG

F. $\forall xyz(x = y \supset (y = z \supset x = z))$

1. $\vdash AG^{\approx} \supset F[\approx / =]$
2. $\vdash AG^{\approx} \supset \forall xyz(x \approx y \supset (y \approx z \supset x \approx z))$ – from 1
3. $\vdash \forall xyz(AG^{\approx} \supset (x \approx y \supset (y \approx z \supset x \approx z)))$ – from 2
4. $\vdash \forall xyz((AG^{\approx} \supset x \approx y) \supset (AG^{\approx} \supset$
   $(y \approx z \supset x \approx z)))$ – from 3 by self-distr. $\supset$
5. $\vdash \forall xyz((AG^{\approx} \supset x \approx y) \supset ((AG^{\approx} \supset y \approx z) \supset$
   $(AG^{\approx} \supset x \approx z)))$ – from 4
6. $DG \vdash \forall xyz(x = y \supset (y = z \supset x = z))$ – from 5 by DG

G. $\forall xyz(y = z \supset (x + y = x + z \& y + x = z + x))$

1. $\vdash AG^{\approx} \supset G[\approx / =]$
2. $\vdash AG^{\approx} \supset \forall xyz(y \approx z \supset (x + y \approx x + z \& y + x \approx z + x))$ – from 1

3. $\vdash \forall xyz(AG^{\approx} \supset (y \approx z \supset (x + y \approx x + z \& y + x \approx z + x)))$ – from 2
4. $\vdash \forall xyz((AG^{\approx} \supset y \approx z) \supset (AG^{\approx} \supset (x + y \approx x + z \& y + x \approx z + x)))$ – from 3 by self-distr. $\supset$
5. $\vdash \forall xyz((AG^{\approx} \supset y \approx z) \supset ((AG^{\approx} \supset x + y \approx x + z) \& (AG^{\approx} \supset y + x \approx z + x)))$ – from 4
6. $DG \vdash \forall xyz(y = z \supset (x + y = x + z \& y + x = z + x))$ – from 5 by DG

We have shown that for every formula $U \in L_{TG}$ if $A\& \dots \&G \vdash_{TG} U$ then $DG \vdash U$.

For the Abelian groups we introduce the following definition:

(DA) $\quad \forall xy(x = y \equiv (A\& \dots \&H)[\approx / =] \supset x \approx y).$

The expression $(A\& \dots \&H)[\approx / =]$ denotes conjunction of the formulas $A - H$, in which the symbol " $=$ " is renamed into " $\approx$ ". And when it is necessary instead of $(A\& \dots \&H)[\approx / =]$ we will use the shorthand $AH^{\approx}$.

Let's check $DA \vdash A\& \dots \&H$.

H. $\forall xy(x + y = y + x)$

1. $\vdash AH^{\approx} \supset H[\approx / =]$
2. $\vdash AH^{\approx} \supset \forall xy(x + y \approx y + x)$ – from 1
3. $\vdash \forall xy(AH^{\approx} \supset x + y \approx y + x)$ – from 2
4. $DA \vdash \forall xy(x + y = y + x)$ – from 3 by DA

Thus, we have shown that for every formula $U \in L_{TGA}$ if $A\& \dots \&H \vdash_{TGA} U$ then $DA \vdash U$.

It remains to show that for every formula $U \in L_{TG/TGA/TF}$ if $DG/DA \vdash U$ then $\vdash_{TG/TGA} U$. The proof is the same for all theories. We present the proof of TG.

Let us assume, that $DG \vdash U$ but not $A\& \dots \&G \vdash U$. By the completeness theorem of the first-order predicate logic it follows, that $DG \models U$, and there exists such a model $M = < D, I >$ of theory T_G and an assignment of values to individual variables g that $M \models A\& \dots \&G$ and $M, g \models \neg U$.

We can extend the model $M = < D, I >$ to the model $M' = < D, I' >$ in which the formula DG is true. It is sufficient to expand the domain of the function I so that the new function of interpretation I' ascribes value $I'(\approx) = I(=)$ to predicate symbol "$\approx$", and for all other functional and predicate symbols it retains the same values as I.

Since $M \models A\&\ldots\&G$, then in the model $M' = < D, I' >$ by the definition of I' we will have $M' \models (A\&\ldots\&G)[\approx / =]$ and hence $M' \models x_1 = x_2 \equiv ((A\&\ldots\&G)[\approx / =] \supset x_1 \approx x_2)$. It follows that DG is true in the model M'. Therefore by our assumption $DG \models U$ it must be $M', g \models U$. However, the formula U does not contain the symbol "$\approx$", while all other descriptive symbols are interpreted in the same way as in the model M, and by our assumption $M, g \models \neg U$ it must be $M', g \models \neg U$. We have obtained the contradiction. Therefore the assumption that $A\&\ldots\&G \vdash U$ does not hold, is false. □

4. Comments

The theorem contradicts to our usual conviction that listed therein elementary algebraic theories carry some non-logical information about their models. That's not so. It turns out that we can use the language of the first-order predicate calculus, and without resorting to the postulation of non-logical axioms, to build these theories with help of usual definitions.

This result is the consequence of a more general theorem on sufficient conditions for theories be definitionally embeddable into the first-order predicate calculus. The general theorem will be published in the near future, but we can already say that it has a lot of effects that force for a fresh look at the many well-known theories.

References

[1] Karpovich, V.N. *Terminy v strukture teorii. Logicheskij analiz* [Terms in the structure of the theory. Logical analysis]. Novosibirsk: Nauka, 1978. 128 pp. (In Russian)

[2] Mendelson, E. *Vvedenie v matematicheskuyu logiku* [Introduction to Mathematical Logic], 4-th ed., M.: Nauka, 1997. 440 pp. (In Russian)

[3] Smirnov, V.A. "Logical Relations between Theories", *Synthese*, 1986, 66(1), pp. 71–87.

[4] Shalack, V. "On Some Applied First-Order Theories which Can be Represented by Definitions", *Bulletin of the Section of Logic*, 2015, 44/1-2, pp. 19–24.

Логические исследования
2015. Т. 21. № 2. С. 21–41
УДК 16

Logical Investigations
2015, vol. 21, no 2, pp. 21–41

А.Б. Бановац

Топологическое представление материальной импликации и правила вывода *modus ponens*[1]

Бановац Андрей Борисович
Институт философии РАН.
119991, Российская Федерация, Москва, ул. Волхонка, д. 14, стр. 5.
E-mail: pochtamoya@bk.ru

В настоящей статье вводятся и обосновываются некоторые основные элементы методологического подхода, характеризуемого применением топологических средств анализа и представления сущностей посредством актуализации произвольной явной схемы дифференциации (схемы различения). Последняя понимается в качестве множества правил, именуемых критериями дифференциации, выделяющих специфические инварианты (симметрии) исследуемой сущности. Вводится понятие инвариантов дифференциации как символических представителей последних и показывается, что во всех случаях проведения дифференциации на множестве упомянутых инвариантов может быть индуцирована топологическая структура. Отправляясь от полученных результатов, в дальнейшем даем теоретические рамки представления и обращения с объектами логических теорий и систем, а также представления их свойств и взаимоотношений с использованием формальных средств топологии, с целью их описания в терминах топологических свойств. Изложение предложенного метода дано через его применение, в качестве результата которого получается топологическое представление материальной импликации и правила вывода *modus ponens*.

Ключевые слова: дифференциация, инварианты дифференциации, дельта-функция Кронекера, топологическое пространство, топологическое представление, топологические инварианты, материальная импликация, *modus ponens*

1. Введение

В цикле своих работ по анализу пространственности и времени применительно к теории и философии искусства П.А. Флоренский пишет: «...Проблема пространства залегает в средоточии миропонимания во всех возникавших системах мысли и предопределяет сложение всей системы. С известными ограничениями и разъяснениями можно было бы даже признать пространство за собственный и первичный предмет философии, в отношении к которому все прочие философские темы приходится оценивать как производные. И чем плотнее сработана та или

[1]Работа выполнена при поддержке РГНФ, проект № 13-03-00384.

другая система мысли, тем определеннее ставится в качестве ее ядра своеобразное истолкование пространства. Повторяем: миропонимание — пространствопонимание» [4, с. 272]. И далее: «Вся культура может быть истолкована, как деятельность организации пространства» [3, с. 112].

Развивая эти тезисы применительно к онтологии, гносеологии, культурологическим исследованиям и теории искусства, П.А. Флоренский — кроме прочего — связывает смысловую составляющую понятия и действия с их предполагаемыми пространственными особенностями как ключевыми. Анализ последних, в его трактовке, осуществляется применением математического формализма, включающего элементы математического анализа и дифференциальной геометрии. Один из моментов, наглядно представляющий общие черты его методологического приема, находим на первых страницах [3] в проведенном при использовании упомянутых формальных элементов рассмотрении гносеологического значения и ценности перехода из пространства, характеризуемого классической геометрией в пространство, геометрические свойства которого определены конечным, положительным значением кривизны [3, с. 95–104].

Далее, отправляясь именно от концепции пространственности о. Павла, изложенной выше в ее общих чертах, мы изложим некоторые принципы, с помощью которых можно строить топологические представления логических объектов.

Свойства полученных представлений, на наш взгляд, открывают новые возможности для обращения с последними, включая моделирование взаимосвязей между ними, между их семантическим и синтаксическим аспектами, осуществление формальных переходов между логическими системами вообще, а также новый способ их характеризации на общих топологических основаниях.

С другой стороны, по нашему мнению, в рамках упомянутого подхода возникают и новые методологические возможности для логической формализации топологически описуемых объектов, а как будет видно из дальнейшего — любая сущность, в той или иной степени, позволяет такое описание. Именно эта, вторая особенность принципов, о которых пойдет речь, позволяет строить логические формы, отношения и переходы между ними как обладающие релевантным характером, и — конструктивно. Из сказанного понятно, что мы стремимся к построению метода который, между прочим, позволяет:

1) представить логические теории и системы в качестве топологических объектов и их отношений, т.е. позволяет перевести на топологические основания объектный уровень данного формального языка;

2) описывать логические теории и системы на метауровне и осуществлять формальные переходы из одних теорий или систем в другие с использованием топологического формализма.

Именно особенности этих переходов — отображений между предполагаемыми классами топологических объектов, по нашему мнению, предоставят возможность характеризации логических систем в терминах топологических инвариантов их представлений.

В данной статье мы не пытаемся дать сколько-нибудь законченную конструкцию предлагаемого приема, а лишь предварительно очертить его контуры и через приложения, касающиеся топологического представления некоторых логических объектов, представить эффективность его методологических принципов.

Как уже понятно, формальную основу для изложенного метода составляет топологический аппарат. Именно уровень обобщения понятия пространства в топологии, с одной стороны, и применимость этого обобщения по отношению к возможностям моделирования объектов — с другой, представляется нам достаточно формально сильным и в то же время, достаточно емким моделирующим средством, позволяющим структурировать модели объектов разного уровня, не искажая формальными предпосылками своего применения те свойства моделируемого объекта, которые для нас представляются существенными.

Начнем наше рассмотрение с описания дифференциации как необходимого условия познания, принцип действия которого по отношению к объекту результирует формированием его мысленной репрезентации у субъекта. На уровне рудиментарного символического представления последнюю можно рассматривать в качестве топологического пространства.

Поскольку дифференциации подлежат и формальные объекты, в том числе и сама логическая форма, определенная своими семантическими и синтаксическими характеристиками, последняя тоже допускает топологическое описание. Этот момент нам кажется особенно важным, поскольку, по нашим соображениям, топологическое описание логических систем через дифференциацию позволяет трактовку на объектном уровне и метауровне в рамках одной формальной схемы (пункт 2).

Именно на примере топологического описания материальной импликации, правила вывода *modus ponens* и комментариях к последним мы попытаемся показать как можно осуществить упомянутое. Одновременно обоснуем тезисы о возможностях применения данного приема для установления связей между различными логическими системами, использующими различные связки или различные их определения, а также различные уровни анализа логической формы объектов.

2. Дифференциация как необходимое условие познания сущностей. Необходимые условия дифференциации

Рецепция какой-либо сущности на каком-либо уровне сознания предполагает определенную возможность различения данной сущности по отношению к тому, что ею не является. Способность различения сущностей вообще будем называть *дифференциацией*, и в этом параграфе покажем, что именно дифференциация представляет необходимое условие познания.

Явно выраженные механизмы дифференциации среды обитания присущи всем видам живых существ, начиная с вирусов и одноклеточных организмов. Наличие этих механизмов и, следовательно, дифференциация физической среды представляет необходимое условие их существования, поскольку в отсутствие данной возможности организмы не были бы в состоянии различать пригодную для жизни среду от непригодной (по ряду существенных параметров).

Когда речь идет о более развитых организмах, механизмы дифференциации усложняются в процессе развития и дифференцирования органов чувств, а у человека эти механизмы включают и присущую ему когнитивную систему, позволяющую, между прочим, осуществлять рефлексию, т.е. дифференциацию мысли. В последнем случае существенную роль играет природный язык, чья феноменальность подразумевает дифференциацию фонетических и морфологических элементов, наделенных знаковыми функциями. В свою очередь, именно возможность (и соответственно способность) различения (дифференциации) является необходимым условием функционирования знака как в семантическом, так и в синтаксическом плане[2].

Язык выступает как один из важнейших инструментов дифференциации сущностей, которая проводится посредством категориальных схем выражения, и в этом раскрывается его аналитическая и познава-

[2] Обоснование этого тезиса находим в работах де Соссюра, Якобсона, Трнки (см. [6, с. 340]).

тельная функция. Но даже если согласимся с утверждением Витгенштейна, что «ни о какой деятельности сознания, чем-либо отличимой от употребления языка, говорить не имеет смысла» — вряд ли можно настаивать на том что язык представляет необходимое условие для осуществления дифференциации вообще. Как мы видели выше, способность различения (дифференциации) присуща и организмам, явно не обладающим языковыми компетенциями. То есть приведенные выше рассуждения представляют способность дифференциации как первичную по отношению к естественным языкам.

Неоспоримой нам кажется предпосылка, согласно которой дифференциация аспектов какой-либо сущности является необходимым условием ее восприятия на некотором уровне сознания. Дифференциация является необходимым условием для перцепции и рецепции; именно в силу ее наличия (в зависимости от ее модусов) любая подходящая сущность становится воспринимаемой в условиях чувственно-когнитивных данностей познающего субъекта. Таким образом, дифференцируемость любой сущности равносильна ее феноменальности. Отсюда следует, что дифференциация представляет необходимое условие познания.

В силу ограничений спектров чувствительности органов чувств и ограниченности когнитивного аппарата аспекты каждой сущности, представляющие область приложения дифференциации, должны обладать определенной инвариантностью по отношению к изменениям условий их наблюдения и по отношению к процессам их фиксации на определенном уровне сознания. Иными словами, необходимое условие для дифференциации феноменальных аспектов сущностей на некотором уровне сознания представляется в виде симметрий (см. [9]), т.е. инвариантностей этих аспектов по отношению к определенному типу преобразований, (непременно) происходящих в процессе их наблюдения и фиксации.

3. Формальное описание дифференциации — дифференциация как пространствообразующая функция

Введем понятие *схема дифференциации*, имея пока в виду любую структуру, состоящую из неких явных *критериев* (проведения) *дифференциации* определенной сущности и отношений между ними. Различение между явными и неявными критериями условно и зависит от конкретного случая дифференциации.

Так, например, при изучении какого-либо явления, моделируемого в рамках определенной аксиоматической научной теории, явные критерии дифференциации, в общем случае, даны основными и производными понятиями, принципами (аксиомами) данной теории и выведенными из последних утверждениями, т.е. элементами, выражающими ее аксиоматическую структуру.

К неявным критериям можно отнести череду факторов, в том числе и психо-физических, которые обусловливают более широкий контекст отношения субъекта к дифференцируемой сущности, т.е. таких, которые определяются уровнем восприятия, эстетическими предпочтениями, конкретными целями рассмотрения и т.д. и отражаются в структуре модели сущности, сформированной в итоге ее дифференциации.

Из сказанного следует, что определенный фрагмент реальности, взятый в качестве объекта дифференциации, может быть дифференцирован по-разному, в зависимости от того, какая схема дифференциации при этом применяется.

При наличии даже самого простого уровня механизмов дифференциации и области ее приложения в виде сущностей, обладающих соответствующего типа феноменальными аспектами, дифференциация может быть формализована посредством ∂-функции Кронекера:

$$\text{Для любых } x,\ y;\ \partial\,(x,y) = \begin{cases} 1\,; x = y \\ 0\,; x \neq y, \end{cases} \tag{1}$$

где x и y, в данном формальном представлении, пробегают по определенному множеству знаков, фиксирующих в терминах некоторой системы выражения те аспекты дифференцируемой сущности, которые выявляются в результате применения определенной схемы дифференциации. Данные фиксирующие элементы, поставленные в соотношение с дифференцируемыми аспектами сущности, будем называть *инвариантами дифференциации.*

Поскольку данная функция удовлетворяет аксиомам метрики, то ею индуцировано метрическое пространство на множестве представлений дифференцируемых аспектов данной сущности; а поскольку любое метрическое пространство, в свою очередь, индуцирует пространство топологическое, то данное формальное представление дифференциации ставит в соответствие представлению в терминах инвариантов дифференциации каждой дифференцируемой сущности определенное топологическое пространство.

Заметим, что данное формальное описание так же интуитивно, как и само понятие дифференциации. Далее, симметрия как необходимое условие дифференциации и ее формального представления в виде (1) отражается в топологической структуре, определяя ее структурные инварианты (элементы и их отношения). Заметим еще и то, что в данном случае, с формальной точки зрения, топологическое пространство получается конструктивно и в общем зависит, в силу применяемых критериев дифференциации, от «индивидуальной объективной реальности» субъекта [1, с. 173].

Таким образом, данное формальное описание дифференциации как фундаментальное, необходимое начало любой познавательной деятельности представляет ее как активность, образующую и организующую пространство в смысле определения топологической структуры выражения соответствующих сущностей.

Топологический характер и свойства, вытекающие из приведенной формализации дифференциации, представляют, на наш взгляд, формальное обоснование пространственной концепции П.А. Флоренского, которую О.И. Генисаретский характеризует как «Опознание пространственности в качестве первичной моделирующей системы...»[3].

4. Дифференциация феноменов мысли. Топологическое (мета)описание логики

Как уже было отмечено во введении, мысленные комплексы тоже подлежат дифференциации в вышеуказанном смысле. Приведенная формализация дифференциации элементарным — формально и интуитивно ясным образом наделяет мысль как объект дифференциации пространственной структурой, позволяющей проводить дифференциацию ее аспектов в терминах топологического формализма. Тем самым мы получаем важное методологическое средство для формального метаописания функции различения, присущей языку и являющейся необходимым условием для выражения мысли во всех последующих логических системах. Заметим, что данный подход, следуя мысли о. Павла,

[3]Как утверждает О.И. Генисаретский, комментируя тезисы о. Флоренского: «Мы усматриваем здесь одно из важнейших созначений понимающего отношения к действительности, связывающего способность понимания с пространством как собственным и первичным предметом, условием, с одной стороны, и средством смыслодеятельности понимания, с другой... всякое понимание основано на пространствопонимании. О чем бы ни шла речь, — о мире в целом или каком-то частном предмете, о знаке или лице, образе или ценности — понять, значит понять в каком-то пространстве, в качестве пространства, посредством пространства» [2, с. 12].

приведенной в самом начале, действительно позиционирует логику как «философскую тему», производную по отношению к пространству как «...собственному и первичному предмету философии» [4, с. 272].

Далее приведем пример, указывающий, как полученные результаты могут быть использованы для репрезентации и метаописания некоторых фрагментов логических систем.

4.1. «Язык переменных» В.И. Шалака

Формальная структура, подходящая в качестве примера для наглядного представления вышесказанного, дана «Языком переменных» В.И. Шалака [5, с. 23]. Необходимое, но недостаточное условие для данного языка, представляет дифференциация переменных, индуцирующая на синтаксическом уровне дифференциацию их символов, входящих в алфавит. Обозначим через *Var* множество символов переменных в данном языке. Определим на *Var* ∂-функцию Кронекера. Данная формализация структурирует множество *Var* как дискретное топологическое пространство (элементами которого являются символы переменных).

4.2. Топологическая репрезентация протологического следования

Пусть Σ — множество выражений языка переменных [5, с. 23]. В данном «языке» приведенные В.И. Шалаком свойства протологического следования опираются[4] на отношение «быть элементом множества» Σ (свойства 1-4). Таким образом, X протологически следует из Σ если и только если расстояние между (точкой) X и множеством Σ нулевое. Отсюда понятно, что введение протологического следования, индуцирующего логическую структуру $(Var, \models)$[5] на множестве Var, представляет собой топологическое преобразование соответствующего дискретного топологического подпространства на Var в пространство с антидискретной топологией $\{\Sigma, \emptyset\}$.

В случае если X не является элементом Σ, X протологически не следует из Σ, т.е. растояние X от Σ не нулевое, топологическое пространство, индуцированное Σ, и $\{X\}$ представляет дискретное подпространство пространства Var с топологией $\{\Sigma \cup \{X\}, \Sigma, \{X\}, \emptyset\}$.

Иными словами, формализация дифференциации выражений языка переменных приводит к присвоению множеству переменных опреде-

[4] В смысле необходимости.

[5] Здесь символ $\models$ обозначает протологическое следствие В.И. Шалака в случае «Языка переменных».

ленной топологической структуры — дискретной топологии, индуцирующей на любом подмножестве выражений дискретное топологическое подпространство исходного пространства.

Наделение множества Var операцией протологического следования приводит к структуре $(Var, \models)$, которую можно рассматривать в качестве предельного случая языка («Языка переменных» [5, с. 23])[6].

В связи с этим для нас является чрезвычайно важным подчеркнуть тот факт, что переход от множества Var к (прото)логической структуре на этом множестве может быть характеризован топологически, причем наделение множества Var отношением протологического следования сопровождается преобразованием топологии соответствующих его подмножеств из дискретной (в случае неструктурированного множества Var) в антидискретную (в случае Var как /прото/логической структуры).

Отметим еще один очевидный и интересный момент данного только что топологического (мета)описания. Поскольку в приведенном примере с протологическим следованием, определенным на некотором множестве, логические свойства могут быть однозначно характеризованы топологическими свойствами, топологические пространства или их определенные сегменты, гомеоморфные топологическому представлению языка переменных, могут быть истолкованы в соответствующих логических категориях.

4.3. Топологическое описание материальной импликации и правила вывода *modus ponens*

В дальнейшем покажем способ объединения семантических и синтаксических свойств формальных языков в рамках топологического формализма. Приведем примеры такого объединения относительно элементов логики высказываний. Основной замысел состоит в том, чтобы, рассматривая материальную импликацию как отношение между пропозициональными формулами, выявить свойства формул, образованных ею в качестве главной связки, и выразить эти свойства в терминах топологических инвариантов соответствующих топологических пространств. Вслед за этим представим топологическую характеризацию правила вывода *modus ponens* как гомеоморфного отображения полученных топологических пространств.

[6] Хотя и, как утверждает В.И. Шалак, с большой натяжкой.

Теорема 1.[7] *Пусть* $(X, \mathcal{T}_X)$ *— топологическое пространство и* U, V *— собственные подмножества* X, *такие что* $U = IntU \neq ClU$, $V = ClV \neq IntV$.

Тогда существует взаимно однозначное отображение ψ *множества* $\mathcal{T}_Y \cup \mathcal{F}_Y$ *топологически связного пространства* $(Y, \mathcal{T}_Y)$, $Y < X$, *индуцированного множествами* U *и* V, *на граф булевой функции формулы логики высказываний* $P \to Q$ *(*P *и* Q *— различные формулы), такой, что все образы открытых множеств при отображении* ψ *соответствуют одинаковому значению булевой функции данной формулы.*

Доказательство. Определим $Y = U \cup V$ и сформируем множество $\mathcal{T}_Y = \{U \cup V, U, \emptyset\}$. Очевидно $Y = X \cap Y$, $U \in \mathcal{T}_X$; $U = U \cap Y$, т.е. $(Y, \mathcal{T}_Y)$ является топологическим подпространством $(X, \mathcal{T}_X)$ и $(Y, \mathcal{T}_Y)$ топологически связное пространство. Семейством замкнутых множеств топологического пространства Y является $\mathcal{F}_Y = \{U \cup V, V, \emptyset\}$.

Определим отображение $\varphi : \mathcal{T}_Y \cup \mathcal{F}_Y \to \mathcal{P}(Y) \times \{0, 1\}$ такое, что

$$\varphi(A) = \begin{cases} (A, 1), & A \in \mathcal{T}_Y \\ (A, 0), & A \notin \mathcal{T}_Y. \end{cases} \tag{1}$$

Множеством значений φ является

$$Im\varphi = \{(U \cup V, 1), (U, 1), (V, 0), (\emptyset, 1)\}, \tag{2}$$

φ является взаимно однозначным отображением множеств $\mathcal{T}_Y \cup \mathcal{F}_Y$ и $Im\varphi \subseteq (\mathcal{T}_Y \cup \mathcal{F}_Y) \times \{0, 1\}$.

Каждому элементу $R_k \in Im\varphi$; $k = \overline{1, 4}$ сопоставляем отображение $\chi_k : (\mathcal{T}_Y \cup \mathcal{F}_Y) \setminus \{Y, \emptyset\} \to \{0, 1\}$, определенное следующим образом: $\chi_k(B) = 1$, в случае если существует $D \in R_k$ такое, что $B \subseteq D$, и $\chi_k(B) = 0$ в противном случае.

Образы соответствующих элементов множества $(\mathcal{T}_Y \cup \mathcal{F}_Y) \setminus \{Y, \emptyset\}$, сопоставленные элементам $Im\varphi$ (обозначенным в порядке, который имеется в (2), через R_1, R_2, R_3, R_4), суть:

$$\chi_1(U) = 1; \qquad \chi_1(V) = 1;$$

[7] Тот факт, что некоторое множество M является топологическим пространством будем записывать, как принято, $(M, \mathcal{T}_M)$, причем $\mathcal{T}_M$ — топологическая структура на M, т.е. множество всех открытых подмножеств данного топологического пространства. Для данного топологического пространства определено множество $\mathcal{F}_M$ всех замкнутых его подмножеств. Пусть $(M, \mathcal{T}_M)$ и $(Z, \mathcal{T}_Z)$ топологические пространства, причем второе является топологическим подпространством первого; данный факт записываем как $Z < M$.

$$\chi_2(U) = 1; \qquad \chi_2(V) = 0;$$
$$\chi_3(U) = 0; \qquad \chi_3(V) = 1;$$
$$\chi_4(U) = 0; \qquad \chi_4(V) = 0;$$

Определим отображение $\vartheta : Im\varphi \to \{0,1\}^3$, такое, что для каждого $R_k \in Im\varphi$

$$\vartheta(R_k) = (\chi_k(U), \chi_k(V), i(t_k)). \tag{3}$$

причем i — тождественное отображение на $\{0,1\}$, а $t_k = \pi_2(R_k)$, где $\pi_2 : Im\varphi \to \{0,1\}$ — проекция R_k на $\{0,1\}$.

Определим отображение $\psi : \mathcal{T}_Y \cup \mathcal{F}_Y \to \{0,1\}^3$, такое, что $\psi = \vartheta \circ \varphi$. Поскольку область определения и множество значений ϑ имеют одинаковую кардинальность, следует, что ϑ есть взаимно однозначное отображение; поэтому и ψ является взаимно однозначным отображением множества $\mathcal{T}_Y \cup \mathcal{F}_Y$ на множество

$$Im\psi = Im\vartheta = \{(1,1,1), (1,0,1), (0,1,0), (0,0,1)\}.$$

Заметим, что $Im\psi$ содержит все элементы, принадлежащие графу булевой функции формулы $P \to Q$, и только их. Притом, первая координата любой точки графа соответствует значению формулы Q для данной интерпретации, вторая координата соответствует значению формулы P для той же интерпретации, а третья — значению интерпретации материальной импликации. $\square$

Следствие 1. Пусть A, B — различные формулы логики высказываний, $A \to B$ — формула, и X — непустое множество, такое, что $A \in \mathrm{X}$ и $B \in \mathrm{X}$. Тогда булевой функцией $\Pi : \{0,1\}^2 \to \{0,1\}$ формулы $A \to B$ индуцирована топология $\mathcal{T}_\to$ на множестве $\{A, B\} \subseteq X$, такая что $(\{A, B\}, \mathcal{T}_\to)$ является топологически связным пространством.

Доказательство. Графом функции Π является множество

$$\Gamma_\Pi = \{(I(A), I(B), I(A \to B)) | I \in K\} =$$
$$= \{(1,1,1), (0,1,1), (1,0,0), (0,0,1)\},$$

где K — множество всех интерпретаций пропозициональных переменных A и B. Каждой интерпретации $I \in K$ присваиваем функцию $\mu_I : \{A, B\} \to \mathcal{P}(X)$ такую, что

$$\mu_I(N) = \begin{cases} \{N\}, & I(N) = 1 \\ \emptyset, & I(N) = 0 \end{cases} \quad ; \quad N \in \{A, B\}.$$

Определим отображение $\lambda : \Gamma_\Pi \to \mathcal{P}(X) \times \{0, 1\}$ такое, что

$$\lambda(I(A), I(B), I(A \to B)) = (\mu_I(A) \cup \mu_I(B), i(I(A \to B))); I \in K$$

причем i является тождественным отображением на множестве значений интерпретаций данной формулы.

Тогда: $Im\lambda = \{(\{A, B\}, 1), (\{B\}, 1), (\{A\}, 0), (\emptyset, 1)\}$.

Из $|X| \geq 2$ следует существование $G \subset \mathcal{P}(X)$ и $H \subset \mathcal{P}(X)$, таких, что $\emptyset \notin \{G, H\}$ и $G \cap H = \emptyset$. Определим отображение $\alpha : Im\lambda \to G \cup H$, такое, что $\alpha(U, p) = U \in G$ для $p = 1$, $\alpha(U, p) = U \in H$ для $p = 0$. Получаем: $\{\{A, B\}, \{B\}, \emptyset\} \subseteq G$ и $\{\{A\}\} \subseteq H$.

Определим $\mathcal{T}_\to = \{\{A, B\}, \{B\}, \emptyset\}$. Таким образом, задана топология $\mathcal{T}_\to$ на множестве $\{A, B\} \subseteq X$ и $(\{A, B\}, \mathcal{T}_\to)$ является топологическим пространством. Очевидно, нельзя разбить $(\{A, B\}, \mathcal{T}_\to)$ на два непустых непересекающихся открытых подмножества, т.е. $(\{A, B\}, \mathcal{T}_\to)$ есть связное топологическое пространство. $\square$

Вышеприведенные рассуждения позволили выявить связность — топологический инвариант — как необходимый признак моделей формул, главной связкой которых является материальная импликация. В Теореме 1, в частности, доказано, что каждое топологически связное пространство, которое может быть разбито на два собственных подмножества, из которых одно является открытым (и не замкнутым), а другое замкнутым (и не открытым), допускает логическую трактовку в виде кондициональной формулы из условий теоремы (в Следствии доказано обратное утверждение).

Заметим также, что если условия Теоремы 1 выполняются тривиально, т.е. если рассматривается пространство с антидискретной топологией, то через отображение ψ получается булеан материальной импликации, в качестве антецедента и консеквента которой выступает одна и та же формула. Наоборот, если последняя рассматривается с точки зрения Следствия к Теореме 1, то получается пространство с антидискретной топологией, которое тривиальным образом обладает инвариантом топологической связности.

В дальнейшем приведем топологическую характеризацию правила вывода *modus ponens*.

Определение 1. Пусть L непустое конечное множество формул логики высказываний. Через K_L обозначим множество всех формул L, главной связкой которых является кондиционал[8], и формул логики высказываний, построенных связыванием элементов L кондиционалом.

Теорема 2. *Пусть $L = \{A_n | n \in \mathbb{N}\}$ непустое конечное множество формул логики высказываний, A и B элементы K_L и $\mathcal{T}_A$, $\mathcal{T}_B$, $\mathcal{T}_{A \to B}$ — топологии, индуцированные соответствующими формулами A, B, $A \to B$, в смысле $\mathcal{T}_{\to}$. Тогда существует отображение $\sigma_A : \ \{A, B\} \to \cup_{A_i \in K_L} \{A_i, \ \{\{A_i\}\}\}$, такое, что для пары F, σ_F определен гомеоморфизм $\mathcal{M}$ пространств $(\ \{A, B\}, \mathcal{T}_{A \to B})$ и $(Im\sigma_F, \mathcal{T}_E); F, E \in \{A, B\}$, который индуцирует формулу B, если и только если $F = A$ и $E = B$.*[9]

Доказательство. Обозначим $X = \{A, B\}$. Формула A индуцирует связное топологическое пространство $Y_A = \{A, \{\{A\}\}\}$ с топологией $\mathcal{T}_A = \{\{A, \{\{A\}\}\}, \{A\}, \emptyset\}$. Определим отображение

$$\sigma_A : \ X \to \cup_{A_i \in K_L} \{A_i, \ \{\{A_i\}\}\} \text{ такое, что}$$

$$\sigma_A (A) = \{\{A\}_X^c\} = \{\{B\}\} \text{ и } \sigma_A (B) = B.$$

В таком случае $Im\sigma_A = \{B, \{\{B\}\}\}$. Топология $\mathcal{T}_A$ очевидным образом индуцирует топологию $\mathcal{T}_B = \{\{B, \{\{B\}\}\}, \{B\}, \emptyset\}$ на $Im\sigma_A$.

Определим отображение $\mathcal{M} : X \to Im\sigma_A$ так, что $\mathcal{M}(A) = \sigma_A(A)$ и $\mathcal{M}(B) = \sigma_A(B)$. Очевидно, что отображение $\mathcal{M}$ является гомеоморфизмом и связное топологическое пространство $(Im\sigma_A, \mathcal{T}_B)$ индуцирует подформулу B формулы $A \to B$ (Теорема 1).

Теперь пусть $\sigma_B : X \to \cup_{A_i \in K_L} \{A_i, \{\{A_i\}\}\}$ есть отображение, такое, что $\sigma_B(A) = A$ и $\sigma_B(B) = \{\{B\}_X^c\} = \{\{A\}\}$. Областью значения σ_B является $Im\sigma_B = \{A, \{\{A\}\}\}$ и $\mathcal{T}_B$ индуцирует топологию $\mathcal{T}_A = \{\{A, \{\{A\}\}\}, \{A\}, \emptyset\}$ на $Im\sigma_B$.

Далее, определим отображение $\mathcal{N} : X \to Im\sigma_B$, такое, что

$$\mathcal{N}(A) = \sigma_B(A) \text{ и } \mathcal{N}(B) = \sigma_B(B).$$

Отсюда для

$$\{A\} \in \mathcal{T}_A, \ \mathcal{N}^{-1}(\{A\}) = \{A\} \notin \mathcal{T}_{A \to B};$$

поскольку $\mathcal{N}$ не является непрерывным отображением пространств, $\mathcal{N}$ не есть гомеоморфизм. □

[8]Материальная импликация.

[9]В этой теореме используем эквивалентность формул A и $(A \to A) \to A$ логики высказываний.

Докажем теперь, что гомеоморфизм $\mathcal{M}$ пространств, удовлетворяющих условиям Теоремы 2, сохраняет истинность[10].

Пусть $I \in K$ есть интерпретация, такая, что

$$I(A) = 1 \text{ и } I(A \to B) = 1.$$

Из Следствия к Теореме 1 следует, что функцией λ_1 на графе Γ_1 булевой функции формулы $(A \to A) \to A$ и элементами индуцированного ею топологического пространства определено множество

$$F = \{(\{A\}, 1), (\{A, \{\{A\}\}\}, 1)\} \subset Im\lambda_1.$$

Соответственно функцией λ_2 на графе Γ_2 булевой функции формулы $A \to B$ и элементами индуцированного ею топологического пространства определено множество

$$G = \{(\{B\}, 1), (\{A\} \cup \{B\}, 1), (\emptyset, 1)\} \subset Im\lambda_2.$$

Из определения функции χ (Теорема 1) следует, что F и G однозначно определяют значения $\chi(A) = 1$ и $\chi(B) = 1$ соответственно и множество $H = \{(\{B\}, 1), (\{B, \{\{B\}\}\}, 1)\}$ для топологического пространства $(Im\sigma_A, \mathcal{T}_B)$, которое индуцирует подформулу B формулы $A \to B$. Множеством H однозначно определено значение $I(B) = 1$ подформулы B (Теорема 1, Следствие). Утверждение доказано.

Таким образом, упорядоченная тройка $(X, \sigma_A, \mathcal{M})$ топологического пространства $X = (\{A, B\}, \mathcal{T}_{A \to B})$, функции σ_A и гомеоморфизма $\mathcal{M}$ представляют топологическое описание правила вывода *modus ponens.*

4.4. Топологическая характеризация элементов логической структуры

Импликативная связка в Теореме 1 индуцирована топологически, путем дифференциации топологически связного пространства. Во-первых, это означает, что в данном случае импликация определяется конструктивно (через топологические свойства дифференцируемого объекта) и, во-вторых, такое топологическое описание снабжает импликацию релевантным характером и устраняет известные парадоксы, свойственные

[10] Конечно, имеется в виду, что $\mathcal{M}$ ставит в отношение топологические представления логических объектов таким образом, что репрезентируемое $\mathcal{M}$ (мета)логическое отношение между соответствующими логическими представляемыми обладает свойством сохранения истинности.

материальной импликации. Последнее свойство следует из конструктивности поскольку, для получения кондиционала в Теореме 1 нуждаемся в двухкомпонентном топологически связном пространстве (т.е. связь между антецедентом и консеквентом опирается на топологические свойства соответствующего объекта).

С другой стороны, Теорема 1 вместе со следствием к ней утверждают эквивалентность двухкомпонентного топологически связного пространства (из условий Теоремы 1) и материальной импликации, т.е., с формальной точки зрения, каждый кондиционал с различными антецедентом и консеквентом индуцирует одно двухкомпонентное топологически связное пространство. Отсюда следует, что любые высказывания, соединенные кондиционалом, образуют топологически связное пространство данного типа (в соответствии с полученным описанием), а значит упомянутые парадоксы материальной импликации не устраняются.

Для разрешения возникшей проблемы необходимо вернуться к понятию схемы дифференциации и разъяснить решающее значение, которое данного рода схемы играют в этом вопросе.

* * *

Но прежде чем продолжить начатое рассмотрение, сделаем небольшое отступление с целью обобщения тех методологических принципов, которые были использованы в предыдущих примерах для получения топологического описания элементов логических структур.

В третьем параграфе мы ввели термин — инвариант дифференциации, относящийся к формальным элементам, поставленным в соответствие тем аспектам дифференцируемой сущности, которые выделяются в результате применения определенных критериев дифференциации.

В общем случае, уровень структурированности инвариантов дифференциации зависит от разных факторов, имеющих отношение к целям и возможностям моделирования дифференцируемой сущности. Так, например, символы переменных в «Языке переменных» В.И. Шалака можно рассматривать в качестве инвариантов дифференциации данного языка как дифференцируемой сущности, в соответствии с критерием дифференциации, выраженным через требование различения элементов алфавита.

Дальше, с помощью ∂-функции множество инвариантов дифференциации данной сущности-объекта снабжается топологической структурой. Самый простой и одновременно общий случай заключается в снабжении множества (неструктурированных) инвариантов дифференциации дискретной топологией (пространство Var на множестве знаков языка переменных В.И. Шалака). Введением дополнительных критериев в исходную схему дифференциации данного объекта, позволяющих, например, дифференциацию отношений инвариантов (дифференциации), пространственная структура, характеризующая сущность, меняется, т.е. инварианты дифференциации образуют пространство, которому в общем случае свойственны иные топологические инварианты (в качестве примера последнего может послужить топологическое преобразование дискретного топологического подпространства на Var в пространство с антидискретной топологией в результате введения протологического следования на множестве Var в том же «Языке переменных»).

* * *

Вернемся теперь к начальной проблеме этого параграфа. В случае, когда в итоге дифференциации некоторой сущности, осуществленной применением такой схемы дифференциации, критерии которой относятся к (между прочим) ее нелогическим аспектам (например, к элементам нелогического содержания некоторого языкового контекста), на множестве инвариантов дифференциации индуцируется топологическое пространство, удовлетворяющее условиям Теоремы 1, тогда, в соответствии с теоремой, полученные или производные из результатов дифференциации смысловые комплексы могут быть представлены в виде (пропозициональных) переменных и поставлены в отношение с использованием импликативной связки.

Отсюда понятно, что в данном случае исходные топологические пространства образуются конструктивно, в результате проведения дифференциации конкретных сущностей с использованием определенной схемы дифференциации. Очевидно, что в рассматриваемом случае полученное импликативное отношение между упомянутыми (пропозициональными) переменными или формулами обладает релевантным характером[11]. Релевантность обеспечена на топологических основаниях тем, что одно из топологических пространств, поставленных в соответствие этим формам, содержит только те инварианты дифференциации,

[11]Обращаем внимание на то, что говоря о релевантном характере упомянутого импликативного отношения, имеем в виду наличие, в данном случе, содержательной связи между антецедентом и консеквентом. Последнее требование принимаем в качестве необходимого критерия релевантности.

которые содержатся и в другом, т.е. является его подпространством. Таким образом, в данном случае обеспечена содержательная связь между антецедентом и консеквентом. В итоге, данное топологическое представление позволяет обойти известные парадоксы материальной импликации.

С другой стороны, в Следствии к Теореме 1 представлен результат дифференциации материальной импликации в соответствии с только что изложенными началами топологического представления. Критериями дифференциации в этом случае выступают семантические свойства, определяющие связку кондиционала в рамках логики высказываний (аналогичный результат можно получить исходя не из двузначной семантики логики высказываний, а отправляясь от общего понятия модели для классической импликативной связки).

Существенным здесь является тот факт, что топологическая связность как топологический инвариант полученной пространственной структуры, является не характеристикой смысловых комплексов, формально поставленных в отношение связкой кондиционала (т.е. нелогического содержания возможных интерпретаций формул A и B, которое остается вне рамок применяемой в данном случае схемы дифференциации), а характеристикой логической формы, представляющей объект дифференциации (т.е. именно материальной импликации).

Иными словами, в Следствии к Теореме 1 объектом дифференциации является сама материальная импликация (как отношение между элементами соответствующей логической структуры), в качестве критериев дифференциации которой принимаются определяющие ее семантические свойства. Возможное нелогическое содержание формул A и B, определяющее соответствующий характер их отношения, остается в данном случае за рамками примененной схемы дифференциации.

В Теореме 2 логическая форма классической импликативной связки дифференцируется дополнительно, по отношению к синтаксическим ее свойствам (т.е. путем введения в схему ее дифференциации критериев, относящихся к последним).

Учитывая вышесказанное, становится понятным, что парадоксы материальной импликации не устраняются на уровне ее топологического описания, данного в Следствии к Теореме 1, т.е. в случае, когда само отношение материальной импликации становится объектом дифференциации согласно критериям, охватывающим ее семантические (и синтаксические) определяющие. Это вполне закономерно, поскольку данные парадоксы и обусловлены последними и в любой адекватной формальной характеризации должны возникать тем или иным образом. В нашем случае они высказываются в возможности именно формального образования топологически связных пространств, т.е. возможности их образования без учета внутренней структуры их компонентов.

5. Заключение

В рамках предварительного и пока далекого от законченности представления подхода к применению топологического аппарата для репрезентации логических объектов необходимо упомянуть и проблему, связанную с топологическим представлением отрицания.

Исходя из вышесказанного, нам представляется, что операцию отрицания можно соотнести с отображением на топологических пространствах (получаемых следуя предыдущим указаниям), которое каждому пространству меняет топологическую структуру, причем, таким образом, что из соответствующего пространства устраняются некоторые инварианты дифференциации (элементы пространства) — через простое удаление или путем соответствующих структурных изменений — или некоторые топологические инварианты структуры самого пространства.

Таким образом, предоставляется возможность формального определения различных вариантов отрицания, свойственных различным логическим системам. Характеризация полученных вариантов отрицания проводится в терминах свойств соответствующих пространств, что позволяет одновременно устанавливать и взаимосвязи между данными вариантами, и переходы от одного определения к другому в качестве отображений между их топологическими представлениями.

В той мере, в которой свойства самой логической системы определяются тем или иным вариантом отрицания, пространственные (топологические) характеристики этих вариантов (а также свойства их отображений) будут способствовать формальному осуществлению взаимосвязей между соответствующими логическими системами на уровне их топологических представлений.

* * *

Из всего сказанного очевидно, что топологические репрезентации логических объектов, индуцированные применением различных схем дифференциации, могут, для одних и тех же объектов, быть различными, и эти различные варианты зависят от содержания и структуры самих схем дифференциации рассматриваемых объектов, т.е. от рамок контекстуального подхода к ним. Данная особенность описанного приема представляется нам особо важным его свойством.

Топологический формализм предоставляет достаточно наглядное и эффективное средство для осуществления переходов между различными описаниями одного и того же логического объекта, а также между описаниями различных объектов, с целью выявления их взаимосвязей.

Общий «пространственный характер» всего дифференцируемого (параграфы 2 и 3) и применимость выразительных средств топологии к множествам инвариантов дифференциации казусов последнего позволяют приступить к созданию систем топологического описания, в которых, в рамках единой формальной установки, в принципе возможна артикуляция объектного уровня логических систем и их метауровневое рассмотрение и описание в терминах топологических свойств.

Литература

[1] *Бескова И.А.* Рифы логико-методологического анализа истинности // Многомерность истины / Под ред. А.А. Горелова, М.М. Новосёлова. М.: ИФ РАН, 2008. С. 162–181.

[2] *Генисаретский О.И.* Пространственность в иконологии и эстетике священника Павла Флоренского // *Свящ. Павел Флоренский.* Статьи и исследования по истории и философии искусства и археологии / Под ред. иг. Андроника (А.С. Трубачева). М.: Мысль, 2000. С. 9–46.

[3] *Флоренский П.А.* Анализ пространственности (и времени) в художественно-изобразительных произведениях // *Свящ. Павел Флоренский.* Статьи и исследования по истории и философии искусства и археологии / Под ред. иг. Андроника (А.С. Трубачева). М.: Мысль, 2000. С. 81–259.

[4] *Флоренский П.А.* Значение пространственности // *Свящ. Павел Флоренский.* Статьи и исследования по истории и философии искусства и археологии / Под ред. иг. Андроника (А.С. Трубачева). М.: Мысль, 2000. С. 272–274.

[5] *Шалак В.И.* Протологика: новый взгляд на природу логического: Автореф. дис... д-ра филос. наук. М.: ИФ РАН, 2010. 42 с.

[6] *Johansen J.D., Larsen S.E.* Uvod u semiotiku. Zagreb: Croatialiber, 2000. 360 pp.

[7] *Munkres J.R.* Topology. Upper Saddle River: Prentice Hall, 2000. 537 pp.

[8] *Rodin A.* Axiomatic Method and Category Theory. Springer, 2014. 285 pp.

[9] *Rosen J.* Symmetry in science. N.Y.: Springer-Verlag, 1995. 213 pp.

A.B. Banovac

Topological Representation of Material Implication and the Rule of Inference *Modus Ponens*

Banovac Andrej Borisovich
Institute of Philosophy, Russian Academy of Sciences.
14/5 Volkhonka St., Moscow, 119991, Russian Federation.
E-mail: pochtamoya@bk.ru

In the present paper we introduce and elaborate some basic elements of the methodological approach characterized by the application of topological means in the analysis and representation of entities through the actualization of some explicit differentiation scheme (scheme of discernment). The latter is understood as a set of rules — termed differentiation criteria — that individuate particular invariants (symmetries) of the entity under examination. We introduce the notion of differentiation invariants as symbolic representatives of the latter, and show that, in all instances of differentiation, topological structure can be induced on the set of such invariants. Given that, we proceed in describing the theoretical framework within which objects of logical theories and systems, as well as properties and interrelations between them, can be represented and treated by formal means of topology and characterized in terms of topological properties. Exposition of the proposed method is given through its application, resulting in topological representation of material implication and the rule of inference *modus ponens.*

Keywords: differentiation, differentiation invariants, Kronecker delta function, topological space, topological representation, topological invariants, material implication, *modus ponens*

References

[1] Beskova, I.A. "Rify logiko-metodologicheskogo analiza istinnosti" [Reefs of logical and methodological analysis of the truth], *Mnogomernost' istiny* [Multidimensionality of truth], ed. by A.A. Gorelova, M.M. Novoselov. Moscow: IF RAS, 2008, pp. 162–181. (In Russian)

[2] Genisaretskii, O.I. "Prostranstvennost' v ikonologii i estetike svyashchennika Pavla Florenskogo" [Spatiality in iconology and aesthetics of priest Paul Florensky], *Svyashch. Pavel Florenskii. Stat'i i issledovaniya po istorii i filosofii iskusstva i arkheologii* [Priest. Paul Florensky. Articles and studies on the history and philosophy of art and archeology], ed. by ig. Andronicus (A.S. Trubachov). Moscow: Mysl' Publ., 2000, pp. 9–46. (In Russian)

[3] Florenskii, P.A. "Analiz prostranstvennosti (i vremeni) v khudozhestvenno-izobrazitel'nykh proizvedeniyakh" [Analysis of the spatiality (and time) in art

and fine work], *Svyashch. Pavel Florenskii. Stat'i i issledovaniya po istorii i filosofii iskusstva i arkheologii* [Priest. Paul Florensky. Articles and studies on the history and philosophy of art and archeology], ed. by ig. Andronicus (A.S. Trubachov). Moscow: Mysl' Publ., 2000, pp. 81–259. (In Russian)

[4] Florenskii, P.A. "Znachenie prostranstvennosti" [The value of spatiality], *Svyashch. Pavel Florenskii. Stat'i i issledovaniya po istorii i filosofii iskusstva i arkheologii* [Priest. Paul Florensky. Articles and studies on the history and philosophy of art and archeology], ed. by ig. Andronicus (A.S. Trubachov). Moscow: Mysl' Publ., 2000, pp. 272–274.(In Russian)

[5] Shalack. V.I., *Protologika: novyi vzglyad na prirodu logicheskogo* [Protologika: a new look at the nature of logic]. Avtoref. dis. ... d-ra filos. nauk. Moscow: IF RAS, 2010. 42 pp. (In Russian)

[6] Johansen, J.D., Larsen, S.E. *Uvod u semiotiku.* Zagreb: Croatialiber, 2000. 360 pp.

[7] Munkres, J.R. *Topology.* Upper Saddle River: Prentice Hall, 2000. 537 pp.

[8] Rodin, A. *Axiomatic Method and Category Theory.* Springer, 2014. 285 pp.

[9] Rosen, J. *Symmetry in science.* N.Y.: Springer-Verlag, 1995. 213 pp.

Логические исследования
2015. Т. 21. № 2. С. 42–52
УДК 510.649

Logical Investigations
2015, vol. 21, no 2, pp. 42–52

Неклассическая логика
Non-classical Logic

V.L. Vasukov

Game Theoretical Semantic for Relevant Logic[1]

Vasukov Vladimir Leonidovich
Department of the History and Philosophy of Science,
Institute of Philosophy, Russian Academy of Sciences.
14/5 Volkhonka St., Moscow, 119991, Russian Federation.
E-mail: vasyukov4@gmail.com

In 1979 D.E. Over proposed game theoretical semantics for first-degree entailment formulated by Anderson and Belnap. In order to extend this approach to include other systems of relevant logc (e.g., $\boldsymbol{R}$) we have two promoting facts. Firstly, there is Routley-Meyer's situational semantic for system $\boldsymbol{R}$ of relevant logic. Secondly, this semantics shows some resemblance with Wójcicki's situational semantic of non-fregean logic for which the situational game semantics was developed by author exploiting essentially the notion of non-fregean games. In the paper an attempt is done to give a partial account of these results and some conception of situational games developed which laid down into foundation of the game theoretical semantics of relevant logic $\boldsymbol{R}$.

Keywords: situational semantics, relevant logic, dialogue games, situational games

1. Introduction: situational games and relevant logic

In 1979 D.E. Over introduced game theoretical semantics for first-degree entailments (i.e. sentences of the form $(\varphi \to \psi)$ in which neither φ nor ψ contains $\to$) formulated by Anderson and Belnap [4]. According to Over there are to be two players in a game, White and Black, who make assertions according to the following rules:

($R1$) If a player asserts $(\varphi \wedge \psi)$, then he must assert φ or ψ at his opponent's choice.

($R2$) If a player asserts $(\varphi \vee \psi)$, then he must assert φ or ψ at his own choice.

($R3$) If a player asserts $\neg(\varphi \wedge \psi)$, then he must assert $(\neg\varphi \vee \neg\psi)$.

[1]This study comprises research findings from the "Game-theoretical foundations of pragmatics" Project № 12-03-00528a carried out within The Russian Foundation for Humanities Academic Fund Program.

($R4$) If a player asserts $\neg(\varphi \vee \psi)$, then he must assert $(\neg\varphi \wedge \neg\psi)$.

($R5$) If a player asserts $\neg\neg\varphi$, then he must assert φ.

The following rule for tautological entailment should be also added to $(R1) - (R5)$:

($R6$) If a player asserts $(\varphi \rightarrow \psi)$, and another player asserts φ, then the first player must assert ψ.

Troubles with extending of Over's approach (as well as the other writer's approaches) to another relevance systems are connected with the lack of idea of the common game rule for relevant implication in that semantics (differs from the case of tautological entailment).

Yet apparently there are two directions of solving this problem which deserves to be inspected. Firstly, there is well-known Routley-Meyer's type situational semantic for system $\boldsymbol{R}$ of relevance logic and this semantics have much in common with Wojcicki's situational semantics of non-fregean logic. On the base of non-fregean situational semantics the situational game semantics was proposed [5] which essentially exploits the notion of so-called non-fregean games. So, attempting to find a partial account of these circumstances we can try to develope some conception of situational relevant games which would be laid down into foundation of the hypothetical game theoretical semantics of relevance logic.

Secondly, for Dishkant modal quantum logic [1] relational ternary semantics was introduced which partially (in bivalent case) coincides with the semantics for $\boldsymbol{R}$ and on this basis a game theoretical semantics was developed [6]. This also prompts us to relay on yielding game theoretical semantic for logic $\boldsymbol{R}$.

Some resemblance of approaches proposed in both cases can be induced by the pure logical reasons. As it well-known, according to Anderson-Belnap's ZDF theorem [2, p. 30] the zero-degree formulas (those containing only the connectives $\wedge$, $\vee$, $\neg$) provable in $\boldsymbol{R}$ (or $\boldsymbol{E}$) are precisely the theorems of classical logic. But non-fregean logic also contains calssical logic being its conservative extension.

Furthemore, since there is a situational semantics for $\boldsymbol{R}$ then a connective of relevant implication is determined by the conditions on the situations. But the same is true for the connective of so-called 'referential involvement' $\Rightarrow$ which could be construed as non-fregean situational implication (cf. [5]). And then the counterpart of the axiom of self-implication $A \rightarrow A$ is given by the non-fregean axiom $A \Rightarrow A$.

The same way the replacement theorem in $\boldsymbol{R}$ [2, p.26] $(A \leftrightarrow B) \wedge t \rightarrow (\chi(A) \leftrightarrow \chi(B))$ where $\chi(A)$ is any formula with perhaps some occurrences of A and $\chi(B)$ is the result of perhapls replacing one or more of those occurrences by B[2] is similar with non-fregean axiom $(A \Rightarrow B) \wedge t \rightarrow (\varphi(A) \Rightarrow \varphi(B))$.

Such similarity does not warrants complete resemblance of $\boldsymbol{R}$ and non-fregean logic and, strictly saying, it does not exist indeed. Distinction and resemblance could be assessed rather on the level of situational semantics which we have in our disposal for both systems.

2. Situational semantics for $\boldsymbol{R}$

The conception of a situation for the system $\boldsymbol{R}$ is given by means of the notion of *state of affairs*. A state of affairs (SOA) is a fact-like entity and it is what makes statements true at situations. From Edwin Mares' point of view from whose book [3, p. 61] we borrowed this definition SOA is just a sequence of the form:

$$\langle P, e_1, \dots , e_n \rangle$$

where P is a relation of type $(\tau_1, ..., \tau_n)$ and each e_i is an entity of the corresponding type τ_i. A sequence is just a set theoretic construct — it is an ordered set. SOA represents features or facts about worlds. But to do it accurately we need rather change such a definition:

A $SOA, < P, e_1, ..., e_n >$ accurately represents a fact at a world w if and only if $P(e_1, ..., e_n) \in w$.

This definition does not assume that in addition to worlds there are atomic facts. It might be that worlds themselves are each one big fact. Subworld facts do not play any role in this theory.

As will readily be observed, states of affairs are similar to the atomic situations in non-fregean logic. A set of states of affairs, as in case of the set of situations for non-fregean logic, can be a non-well-founded set with all its merits and demerits. But Mares maintains that his further framing might manage without such sophistication being asccomplished in the framework of standard set theory.

A situation is an ordered pair $s = (SOA(s), R(s))$. $SOA(s)$ is a set of states of affairs; these are the states of affairs that obtain at s. $R(s)$ is a set of ordered pairs. (t, u) is in $R(s)$ if and only if $Rstu$ holds in our frame. Thus, the set of situations itself determines which situations are related

[2] One clear role of the conjoined t is to imply $\chi \rightarrow \chi$ when χ (or $\chi(A)$) contains no occurrences of A or does but none of them is replaced by B.

to which in the frame. Mares supposes that we need non-well-founded set theory for this construction because for each situations s, $Rsss$. This means that (s, s) is in $R(s)$ and so, s is not a well-founded set.

We say that $s \trianglelefteq t$ if and only if $SOA(s) \subseteq SOA(t)$ and $R(t) \subseteq R(s)$. The first half of this definition seems obvious. If a situation s contains less information than t, then all of the states of affairs that hold in s also hold in t. The second half might seem less intuitive, but it says something similar. The fewer pairs of situations related to a given situation u, the more implicational propositions hold at u. Thus, if $R(t)$ is a subset of $R(s)$ then at least as many implications hold at t as hold at s.

After defining in such a way the notion of situation we can immediately proceed with the description of situational semantics which in some respects will be similar to that for Dishkant logic. We start from the definition of the frame [3, p. 210].

An $\boldsymbol{R}$-frame is a quadruple $\langle Sit, Logical, R, C\rangle$ such that Sit is a non-empty set, $Logical$ is a non-empty subset of Sit, and R is a three-place arbitrary place relation on Sit, C is a binary relation on Sit, which satisfies the following definitions and postulates:

- $s \trianglelefteq t =_{def} \exists x(x \in Logical \ \& \ Rxst)$;
- $R^1 stu =_{def} Rstu$;
- $R^{n+1}s_1...s_{n+2}t$ iff $\exists x(R^n s_1...s_{n+1}x \ \& \ Rxs_{n+2}t)$, for $n \geq 1$;
- if $R^n...s_i, s_{i+1}...t$, then $R^n...s_{i+1}, s_i...t$;
- if $R^n...s_i...t$, then $R^{n+1}...s_i s_i...t$;
- $Rsss$;
- for each situation s there is a unique $\trianglelefteq$-maximal situation s^* such that Css^*;
- if $Rstu$, then Rsu^*t^*;
- $s^{**} = s$;
- if $s \trianglelefteq t$, then $t^* \trianglelefteq s^*$;
- If $Rbcd$ and $a \trianglelefteq b$, then $Racd$.

Note that worldly situations play no role in this model theory. We can add them. In fact, we can replace the class of logical situations in the specification of a frame with the class of worldly situations and specify that for each worldly situation s, if Cst, then $t \trianglelefteq s$.

Now we proceed with the description of situational model for $\boldsymbol{R}$. A model for $\boldsymbol{R}$ is a pair $\langle \mathfrak{A}, v \rangle$ where $\mathfrak{A}$ is an $\boldsymbol{R}$-frame and v is a value assignment from propositional variables into Sit^2 such that it satisfies *hereditariness*, that is, if $s \in v(p)$ and $s \trianglelefteq t$, then $t \in v(p)$. Each value assignment v determines an interpretation I associated with v, such that:

- $I(p, a) = T$ iff $a \in v(p)$;
- $I(A \wedge B, s) = T$ iff $I(A, s) = T$ and $I(B, s) = T$;
- $I(A \vee B, s) = T$ iff $I(A, s) = T$ or $I(B, s) = T$;
- $I(\neg A, s) = T$ iff $\forall x(Csx \supset I(A, x) = F)$;
- $I(A \to B, s) = T$ iff $\forall x \forall y(Rsxy \;\&\; I(A, x) = T \supset I(B, y) = T)$.

Comparing given situational semantics with that for non-fregean logic and that for Dishkant logic one can conclude that these three semantics share some common features. So, for example, $\boldsymbol{R}$-frame and $\boldsymbol{LQ}$-frame have, in principle, the same postulates for ternary relation R, the notion of situation for non-fregean logic coincides with the state of affairs in situational $\boldsymbol{R}$-semantics etc. But the difference is also evident.

Proposition 1. *A formula F is valid in $\boldsymbol{R}$ if and only if F is valid in all those $\boldsymbol{R}$-frames $\langle K, O, R, C \rangle$ where K is finite.*

Proof. Let $\Pi = \langle K, O, R, C, I \rangle$ and let $V_F = \{p_1, ..., p_n\}$ be the propositional variables occurring in F. Moreover, let $\mathcal{B}_F$ be the set of all bi-valued assignments $I_F : V_F \to \{0, 1\}$. We write I_F^a if $\forall p \in V_F(I_F(p) = I(p, a))$ and define a new model $\Pi_f = \langle K_f, O', R', C', I' \rangle$ as follows:

- $K_f = \{I_F \in \mathcal{B}_F : \exists a \in K : I_F = I_F^a\}$
- $I'(p, I_F) = I(p, a)$,where $I_F = I_F^a$
- $R' \subseteq K_f \times K_f \times K_f$ where we take $R' I_F^a I_F^b I_F^c$ as corresponding to $Rabc$.

We can uniquely extend this to all subsets of K_f. It is straightforward to check that for $a \in O$ $I(F, a) = I'(F, I_F)$. Thus we have shown that in evaluating F it suffices to consider Π_f with at most $2^{p(F)}$ where $p(F)$ is the number of different propositional variables occurring in F. □

3. Situational game theoretical semantics for *R*

Finally, bearing in mind game theoretical semantics for non-fregean logic and that for Dishkant logic, we can introduce game theoretical semantics for ***R***.

Assume that two players agree to pay 1€ to the opponent player for each assertion of an atomic statement, which is false in any $a \in Sit$ according to a randomly chosen set of situations. More formally, given a set of all situations K the *risk value* $\langle x \rangle_K$ associated with a propositional variable x is defined as $\langle x \rangle_K = |\{s : I(x, s) = 0\}|$ i.e. the quantity of situations for which x is false.

Let $x_1, x_2, ..., y_1, y_2...$ denote atomic statements, i.e. propositional variables. By $[x_1, ..., x_m || y_1, ..., y_n]$ we denote an *elementary state* in the game where the 1st — the first player — assert each of the y_i in the multiset $\{y_1, ..., y_n\}$ of atomic statements and the 2nd — the second player — assert each atomic statement $x_i \in \{x_1, ..., x_m\}$. The risk associated with a multiset $X = \{x_1, ..., x_m\}$ of atomic formulas is defined as $\langle x_1, ..., x_m \rangle_K = \sum_{i=1}^{m} \langle x_i \rangle_K$. The risk $\langle\rangle_K$ associated with the empty multiset is 0. $\langle V \rangle_K$ respectively denotes the average amount of payoffs that the 1st player expect to have to pay to the 2nd player according to the above arrangements if he/she asserted the atomic formulas in V. The risk associated with an elementary state $[x_1, ..., x_m || y_1, ..., y_n]$ is calculated from the point of view of the 1st player and therefore the condition $\langle x_1, ..., x_m \rangle_K \geq \langle y_1, ..., y_n \rangle_K$ (success condition) expresses that the 1st player do not expect any loss (but possibly some gain) when betting on the truth of atomic statements.

Now we accept the following game rules:

($R_\wedge$) if a player asserts $(A \wedge B)$ in a situation a, then he must assert A in a situation a or B in a situation a at his opponent's choice;

($R_\vee$) if a player asserts $(A \vee B)$ in a situation a, then he must assert A in a situation a or B in a situation a at his own choice;

($R_\rightarrow$) if a player asserts $(A \rightarrow B)$ in a situation a, and another player asserts A in a situation b, then the first player must assert B in a situation c whenever $Rabc$ for any situations b, c. And *vice versa*, i.e. for the roles of the players switched.

A player may also choose not to attack the opponent's assertions of $A \to B$. The rule reflects the idea that the *meaning of implication* entails the principle that an assertion of "If A then B" obliges one to assert also B if the opponent in a game grants (i.e., asserts) A;

($R_\neg$) if a player asserts $\neg A$ in a situation a, then another player asserts A in a situation a^*. And *vice versa*, i.e. for the roles of the players switched.

Henceforth we will use A^a as shorthand for 'A holds at the situation a' and speak of A as a *formula indexed by* a, accordingly. Note, that we have to deal with indexed formulas also in rules ($R_\to$) and ($R_\neg$). However, we don't have to change the rule itself, which will turn out to be adequate independently of the kind of evaluation that we aim at in a particular context. We only need to stipulate that in applying ($R_\to$) the situational index of $A \to B$ (if there is any) is used for defininig the respective indexes for the subformulas A and B.

We use $[A_1^{a_1}, ..., A_m^{a_m} || B_1^{b_1}, ..., B_n^{b_n}]$ to denote an arbitrary (not necessarily elementary) state of the game, where $\{A_1^{a_1}, ..., A_m^{a_m}\}$ is the multiset of formulas that are currently asserted by the second player, and $\{B_1^{b_1}, ..., B_n^{b_n}\}$ is the multiset of formulas that are currently asserted by the first player. (We don't care about the order in which formulas are asserted.)

A move initiated by the 1st player (1st-move) in state $[\Gamma || \Delta]$ consists in his/her picking of some non-atomic formula A^a from the multiset Γ and proceeding as follows:

- if $A^a = (A_1 \to A_2)^a$ then the 1st may either attack by asserting A_1^b in order to force the 2nd to assert A_2^c in accordance with ($R_\to$), or admit A^a. In the first case the successor state is $[\Gamma', A_2^c || \Delta, A_1^b]$, in the second case it is $[\Gamma' || \Delta]$, where $\Gamma' = \Gamma - \{A^a\}$;

- if $A^a = (\neg A_1)^a$ then the 1st chooses the point a^* thus forcing the 2nd to assert $A_1^{a^*}$. The successor state is $[\Gamma, A_1^{a^*} || \Delta']$, where $\Delta' = \Delta - \{A^a\}$.

A move intiated by the 2nd player (2nd-move) is symmetric, i.e., with the roles of the 1st and the 2nd interchanged. A run of the game consists in a sequence of states, each resulting from a move in the immediately preceding state, and ending in an elementary state $[x_1^{a_1}, ..., x_m^{a_m} || y_1^{b_1}, ..., y_n^{b_n}]$. The 1st player succeed in this run if this final state fulfills the success condition, i.e., if

$$(1)\quad \sum_{j=1}^{n} \langle y_j^{b_j} \rangle_K - \sum_{i=1}^{m} \langle x_i^{a_i} \rangle_K \leq 0.$$

The term at the left hand side of inequality is an *expected loss* of the 1st player at this state. In other words, the 1st succeed if its expected loss is 0 or even negative, i.e., in fact a gain. The other connectives can be reduced to implication and negation.

4. Adequacy of the game

To show that the considered game indeed characterizes logic $\boldsymbol{R}$, we have to analyse all possible runs of the game starting with some arbitrarily complex assertion by the 1st player. A strategy for the 1st player will be a tree-like structure, where a branch represents a possible run resulting from particular choices made by the 1st player, taking into account all possible choices of the 2nd player in (2- or 1-moves) that are compatible with the rules. We will only have to look at strategies for the 2nd player and thus call a strategy winning if the 1st player succeed in all corresponding runs (according to condition (2)).

Taking into account that by Proposition 1 above we can assume that the set *Sit* of situations is finite. The construction of strategies can be viewed as systematic proof search in an analytic tableau calculus with the following rules:

$$\frac{[\Gamma || \Delta, (A_1 \wedge A_2)^a]}{[\Gamma, A_1^a || \Delta]}(\wedge_{1st}^1) \quad \frac{[\Gamma || \Delta, (A_1 \wedge A_2)^a]}{[\Gamma, A_2^a || \Delta]}(\rightarrow_{1st}^2)$$

$$\frac{[\Gamma || \Delta, (A_1 \wedge A_2)^a]}{[\Gamma, A_1^a || \Delta] \mid [\Gamma, A_2^a || \Delta]}(\wedge_{2nd})$$

$$\frac{[\Gamma || \Delta, (A_1 \vee A_2)^a]}{[\Gamma || \Delta, A_1^a]}(\vee_{2nd}^1) \quad \frac{[\Gamma || \Delta, (A_1 \vee A_2)^a]}{[\Gamma || \Delta, A_2^a]}(\vee_{2nd}^2)$$

$$\frac{[\Gamma || \Delta, (A_1 \vee A_2)^a]}{[\Gamma || \Delta, A_2^a] \mid [\Gamma, A_2^a || \Delta]}(\vee_{1st}) \quad \frac{[\Gamma, (A_1 \rightarrow A_2)^a || \Delta]}{[\Gamma, A_2^c || \Delta, A_1^b]}(\rightarrow_{1st}^1)$$

$$\frac{[\Gamma, (A_1 \rightarrow A_2)^a || \Delta]}{[\Gamma || \Delta]}(\rightarrow_{1st}^2) \quad \frac{[\Gamma || \Delta, (A_1 \rightarrow A_2)^a]}{[\Gamma, A_1^b || \Delta, A_2^c] \mid [\Gamma || \Delta]}(\rightarrow_{2nd})$$

$$\frac{[\Gamma||\Delta, (\neg A)^a]}{[\Gamma, A^{a^*}||\Delta]|}(\neg_{2nd}) \quad \frac{[\Gamma, (\neg A)^a||\Delta]}{[\Gamma||\Delta, A^{a^*}]}(\neg_{1st})$$

In all rules a can denote any index and for any b, c we have $Rabc$. Note that, in accordance with the definition of a strategy for the 2nd player, his/her choices in the moves induce branching, whereas for the 1st player choices a single successor state that is compatible with the game rules is chosen.

THEOREM 1. *A formula F is valid in $\boldsymbol{R}$ if and only if for every set K of situations the 1st player have a winning strategy for the game starting in game state $[||F]$.*

PROOF. Every run of the game is finite. For every final elementary state $[x_1^{a_1}, ..., x_m^{a_m}||y_1^{b_1}, ..., y_n^{b_n}]$ the success condition says that we have to compute the risk $\sum_{j=1}^{n}\langle y_j^{b_j}\rangle_K - \sum_{i=1}^{m}\langle x_i^{a_i}\rangle_K$, where $\langle r^a\rangle_K = I(r, a)$, and check whether the resulting value (in the following denoted by $\langle x_1^{a_1}, ..., x_m^{a_m}||y_1^{b_1}, ..., y_n^{b_n}\rangle$) is ≤ 0 to determine whether the 1st player 'win' the game. To obtain the minimal final risk of the 1st player (i.e., his/her minimal expected loss) that the 1st can enforce in any given state s by playing according to an optimal strategy, we have to take into account the supremum over all risks associated with the successor states to s that you can enforce by a choice that you may have in a (2nd- or 1st-)move s. On the other hand, for any of the 1st player choices the 1st can enforce the infimum of risks of corresponding successor states. In other words, we prove that we can extend the definition of the 1st expected loss from elementary states to arbitrary states such that the following conditions are satisfied:

(4.1) $\langle\Gamma, (A \to B)^a||\Delta\rangle_K = \inf\{\langle\Gamma||\Delta\rangle_K, \langle\Gamma, B^c||A^b, \Delta\rangle_K : Rabc\}$

(4.2) $\langle\Gamma, (\neg A)^a||\Delta\rangle_K = \sup\{\langle\Gamma||\Delta, A^{a^*}\rangle_K\}$

(4.3) $\langle\Gamma, (A \wedge B)^a||\Delta\rangle_K = \inf\{\langle\Gamma, A^a||\Delta\rangle_K, \langle\Gamma, B^a||\Delta\rangle_K\}$

(4.4) $\langle\Gamma, (A \vee B)^a||\Delta\rangle_K = \sup\{\langle\Gamma, A^a||\Delta\rangle_K, \langle\Gamma, B^a||\Delta\rangle_K\}$

for assertions by the 2nd player and, for assertions by the 1st player:

(4.5) $\langle\Gamma||(A \to B)^a, \Delta\rangle_K = \sup\{\langle\Gamma, A^b||B^c, \Delta\rangle_K, \langle\Gamma||\Delta\rangle_K : Rabc\}$

(4.6) $\langle\Gamma||\Delta, (\neg A)^a\rangle_K = \inf\{\langle\Gamma, A^{a^*}||\Delta\rangle_K\}\rangle$

(4.7) $\langle \Gamma, (A \wedge B)^a || \Delta \rangle_K = \sup\{\langle \Gamma || A^a, \Delta \rangle_K, \langle \Gamma || B^a, \Delta \rangle_K\}$

(4.8) $\langle \Gamma, (A \vee B)^a || \Delta \rangle_K = \inf\{\langle \Gamma || A^a, \Delta \rangle_K, \langle \Gamma || B^a, \Delta \rangle_K\}$.

We have to check that $\langle . || . \rangle_K$ is well-defined; i.e., that conditions above together with the definition of my expected loss (risk) for elementary states indeed can be simultaneously fulfilled and guarantee uniqueness. To this aim consider the following generalisation of the truth function for $\boldsymbol{R}$ to multisets G of indexed formulas:

$$I(\Gamma)_K =_{def} \sum_{\substack{A \in \Gamma \\ a \in dom(I(A))}} I(A, a)$$

Note that

$$I(\{A\})_K = I(A)_K =_{def} \sum_{\substack{A \in \Gamma \\ a \in dom(I(A))}} I(A, a) = 1 \text{ iff } \langle || A \rangle_K \leq 0,$$

that is, A is valid in $\boldsymbol{R}$ iff my risk in the game starting with my assertion of A is non-positive. Moreover, for elementary states we have

$\langle x_1^{a_1}, ..., x_m^{a_m} || y_1^{b_1}, ..., y_n^{b_n} \rangle_K = n - m.$

We generalize the risk function to arbitrary observation states by

$\langle \Gamma || \Delta \rangle_K^* =_{def} |\Delta| - |\Gamma|$

and check that it satisfies conditions (4.1)–(4.8). We only spell out two cases. In order to avoid case distinctions let $I(A^a)_K = I(A, a)$. For condition (4.1) we have

$$\begin{aligned}
\langle \Gamma, (A \to B)^a || \Delta \rangle_K^* &= |\Delta| - |\Gamma| - 1 + I(A \to B, a) = \\
= \langle \Gamma || \Delta \rangle_K^* - 1 + I(A \to B, a) &= \langle \Gamma || \Delta \rangle_K^* - 1 + (I(A, a) \Rightarrow I(B, a)) = \\
&= \langle \Gamma || \Delta \rangle_K^* - \inf\{1, 1 - I(A, a) + I(B, a)\} = \\
&= \langle \Gamma || \Delta \rangle_K^* - \inf\{1, 1 + \langle B^c || A^b \rangle_K^*\} = \\
= \langle \Gamma || \Delta \rangle_K^* + \inf\{0, \langle B^c || A^b \rangle_K^*\} &= \inf\{\langle \Gamma || \Delta \rangle_K^*, \langle \Gamma, B^c || A^b, \Delta \rangle_K^*\}.
\end{aligned}$$

For condition (4.2) we have

$$\begin{aligned}
\langle \Gamma || \Delta, (\neg A)^a \rangle_K^* = |\Delta| - |\Gamma| - 1 + I(\neg A, a) &= \langle \Gamma || \Delta \rangle_K^* - 1 + I(\neg A, a) = \\
= \langle \Gamma || \Delta \rangle_K^* - 1 + \sup(1 - I(A, a^*)) &= \sup\{\langle \Gamma || \Delta, A^{c^*} \rangle_K^*\}.
\end{aligned}$$

□

Let us define a *regulation* as assignment of labels '*the 2nd player move next*' and '*the 1st player move next*' to game states that obviously constrain the possible runs of the game. A regulation is consistent if the label '*2nd*(*Ist*) *move next*' is only assigned to states where such a move is possible, i.e., where 1st player (2nd player) have asserted a non-atomic formula. As a corollary to our proof of Theorem, we obtain:

COROLLARY 1. *The total expected loss* $\langle\Gamma||\Delta\rangle^*_K$ *that the 1st player can enforce in a game over* K *starting in state* $[\Gamma||\Delta]$ *only depends on* Γ, Δ *and* K*. In particular, it is the same for every consistent regulation that may be imposed on the game.*

References

[1] Dishkant, H. "An Extension of the Łukasiewicz Logic to the Modal Logic of Quantum Mechanics", *Studia Logica*, 1976, vol.37, no 2, pp. 149–155.

[2] Dunn, M., Restall, G. "Relevance Logic", *Handbook of Philosophical Logic* (2nd ed.) / ed. by D.M. Gabbay, F. Guenthner. Vol. 6. Dordrecht: Springer, 2005.

[3] Mares, E. *Relevance Logic: a Philosophical Interpretation.* N.Y.: Cambridge University Press, 2004. 240 pp.

[4] Over, D.E. "Game Theoretical Semantics and Entailment", *Studia Logica*, 1979, vol.XL, no 1, pp. 68–74.

[5] Vasyukov, V.L. "Scientific Discovery and the Context of Abduction", *Philosophy of Science*, 2003, vol.9, pp. 180–205. (In Russian)

[6] Vasyukov, V.L. "Dialogue Games for Dishkant's Quantum Modal Logic", *Logical Investigations*, 2013, vol.19, pp. 353–365. (In Russian)

Логические исследования
2015. Т. 21. № 2. С. 53–60
УДК 510.649

Logical Investigations
2015, vol. 21, no 2, pp. 53–60

A Weakly-Intuitionistic Logic $I1$

Janusz Ciuciura
Department of Logic, University of Łódź,
16/18 Kopcińskiego, 90–232 Łódź, Poland.
E-mail: janciu@uni.lodz.pl

In 1995, Sette and Carnielli presented a calculus, $I1$, which is intended to be *dual* to the paraconsistent calculus $P1$. The duality between $I1$ and $P1$ is reflected in the fact that both calculi are maximal with respect to classical propositional logic and they *behave* in a special, non-classical way, but only at the level of variables. Although some references are given in the text, the authors do not explicitly define what they mean by 'duality' between the calculi. For instance, no definition of the translation function from the language of $I1$ into the language of $P1$ (or from $P1$ to $I1$) was provided (see [4], pp. 88–90) nor was it shown that the calculi were functionally equivalent (see [13], pp. 260–261).

The purpose of this paper is to present a new axiomatization of $I1$ and briefly discuss some results concerning the issue of duality between the calculi.

Keywords: weakly-intuitionistic logic, paracomplete logic, $I1$, paraconsistent logic, Sette's calculus, $P1$

1. Introduction

Suppose that **L** is a logic defined in a propositional language with at least the connectives: $\sim$, $\wedge$ and $\vee$. We say that (1) a logic **L** is *weakly-intuitionistic* if the law of excluded middle $\alpha \vee \sim \alpha$ is not valid in **L**; (2) a logic **L** is *weakly-paraconsistent* if the law of non-contradiction $\sim (\alpha \wedge \sim \alpha)$ is not valid in **L** (*cf.* [11], p. 182).

Though this definition is intuitive enough, it may give rise to some doubts. Observe, for example, that intuitionistic logic is weakly-intuitionistic (but not *vice versa*) and there are some paraconsistent logics which are weakly-paraconsistent — it suffices to recall that the law of non-contradiction is not valid in da Costa's calculi C_n (see [2]). On the other hand, some paraconsistent logics such as $CLuNs$ or Jaśkowski's discursive logic are not weakly-paraconsistent at all (see [1], [6] and [7]). So, as we can see, there is a kind of asymmetry here probably caused by the lack of uniform criteria for paraconsistency (*cf.* [8]) — not to mention that one and only one paraconsistent logic does not exist, if any (see [12]).

Another point is that the calculi $I1$ and $P1$ are defined in a propositional language with the connectives of negation and implication taken as primitives. In fact, the connectives of conjunction and disjunction are nothing but abbreviations (see [9, p. 178] and [11, p. 199], for details) which do not appear explicitly in formulas. This leads to an alternative definition of the weakly-intuitionistic (and weakly-paraconsistent) logic, *viz.*

Definition 1. A logic **L** is *weakly-intuitionistic* if the law of Clavius, $(\sim p_1 \to p_1) \to p_1$, is not valid in **L**, for any $p_1 \in var$.

Definition 2. A logic **L** is *weakly-paraconsistent* if the law of Duns Scotus, $p_1 \to (\sim p_1 \to p_2)$, is not valid in **L**, for any $p_1, p_2 \in var$.

where $var = \{p_1, p_2, p_3, ...\}$ and $i \in N$.

Now let us consider the following axiom schemata:

(A1) $\alpha \to (\beta \to \alpha)$
(A2) $(\alpha \to (\beta \to \gamma)) \to ((\alpha \to \beta) \to (\alpha \to \gamma))$
(PL) $((\alpha \to \beta) \to \alpha) \to \alpha$
(DS) $\alpha \to (\sim \alpha \to \beta)$
(CM) $(\sim \alpha \to \alpha) \to \alpha$

and Detachment, (MP) $\alpha, \alpha \to \beta / \beta$, as the sole rule of inference.

Notice that (MP) plus (A1), (A2), (PL), (DS) and (CM) define classical implication and classical negation (*cf.* [5, p. 437]). This will be a starting point for our analysis, in which a new axiomatization of $I1$ (and $P1$) is proposed.

2. Weakly-Intuitionistic Calculus $I1$

In this section, we present a new axiomatization of the calculus $I1$. The axiom schemata will be chosen to show that $I1$ behaves in *a weakly-intuitionistic* way only at the level of variables, i.e. the so-called *consequentia mirabilis*, $(\sim \alpha \to \alpha) \to \alpha$, is an $I1$-tautology provided that α is not a propositional variable. As will be seen, a new set of axioms for $I1$ is easily obtained from the set given in Section 1 by imposing an additional condition on the axiom (CM).

Let var be a non-empty denumerable set of all propositional variables. The set of all formulas, For, is inductively defined as follows:

(1) $p_i \in For$, where $p_i \in var$ and $i \in N$
(2) if $\alpha \in For$, then $\sim \alpha \in For$
(3) if α and $\beta \in For$, then $\alpha \to \beta \in For$.

The calculus $I1$ is axiomatized by means of the following axiom schemata:

(A1) $\alpha \to (\beta \to \alpha)$
(A2) $(\alpha \to (\beta \to \gamma)) \to ((\alpha \to \beta) \to (\alpha \to \gamma))$
(A3) $(\sim\sim \alpha \to \sim \beta) \to ((\sim\sim \alpha \to \beta) \to\sim \alpha)$
(A4) $\sim\sim (\alpha \to \beta) \to (\alpha \to \beta)$.

and (MP) α, $\alpha \to \beta$ / β [11, p. 182–183].

Definition 3. A formal proof (deduction) within $I1$ of α from the set formulas of Γ is a finite sequence of formulas, $\beta_1, \beta_2, ...\beta_n$, where $\beta_n = \alpha$ and each of elements in that sequence is either an axiom of $I1$, or belongs to Γ, or follows from the preceding formulas in the sequence by (MP).

Definition 4. A formula α is a syntactic consequence within $I1$ of a set formulas of Γ ($\Gamma \vdash_{I1} \alpha$, in symbols) *iff* there is a formal proof of α from the set Γ within $I1$.

Definition 5. A formula α is a thesis of $I1$ *iff* $\emptyset \vdash_{I1} \alpha$.

Theorem 1. *$\Gamma \vdash_{I1} \alpha \to \beta$ iff $\Gamma \cup \{\alpha\} \vdash_{I1} \beta$, where α, $\beta \in For$, $\Gamma \subset For$.*

Proof. By induction. Apply ($A1$), ($A2$), $\alpha \to \alpha$ and use (MP) as the sole rule of inference. □

Fact 1. The formulas

(TR) $(\alpha \to \beta) \to ((\beta \to \gamma) \to (\alpha \to \gamma))$
(SIM) $(\alpha \to (\alpha \to \beta)) \to (\alpha \to \beta)$
(PER) $(\alpha \to (\beta \to \gamma)) \to (\beta \to (\alpha \to \gamma))$
(PL) $((\alpha \to \beta) \to \alpha) \to \alpha$
(DS) $\alpha \to (\sim \alpha \to \beta)$
(NN1) $\alpha \to \sim\sim \alpha$
(NN2v) $\sim\sim \alpha \to \alpha$, if $\alpha \notin var$
(CMv) $(\sim \alpha \to \alpha) \to \alpha$, if $\alpha \notin var$

are provable in $I1$.

Proof. (TR), (SIM), (PER) by Theorem 1 (DT for short) and (MP).

(PL). See [11, p. 188–189].

(DS). *Ibid.*, p. 189–190.

(NN2v). *Ibid.*, p. 183–184.

(NN1).

(a)	α	by DT
(b)	$\alpha \to (\sim\sim\sim \alpha \to \alpha)$	$\{(A1)\}$
(c)	$\sim\sim \alpha \to \alpha$	$\{(MP), (a), (b)\}$
(d)	$\sim\sim\sim \alpha \to \sim \alpha$	$\{(NN2v) : \alpha \notin var\}$
(e)	$(\sim\sim\sim \alpha \to \sim \alpha) \to ((\sim\sim\sim \alpha \to \alpha) \to \sim\sim \alpha)$	$\{(A3)\}$
(f)	$(\sim\sim\sim \alpha \to \alpha) \to \alpha$	$\{(MP), (d), (e)\}$
(g)	α	$\{(MP), (c), (f)\}$.

(CMv). By cases. Let $\alpha \notin var$ then
Case 1: α is of the form $\sim \phi$.

(a)	$\sim\sim \phi \to \sim \phi$	by DT
(b)	$\sim \phi \to (\sim\sim \phi \to \phi)$	$\{(DS)\}$
(c)	$\sim\sim \phi \to (\sim\sim \phi \to \phi)$	$\{(TR), (MP), (a), (b)\}$
(d)	$\sim\sim \phi \to \phi$	$\{MP), (c), (SIM)\}$
(e)	$(\sim\sim \phi \to \sim \phi) \to ((\sim\sim \phi \to \phi) \to \sim \phi)$	$\{(A3)\}$
(f)	$(\sim\sim \phi \to \phi) \to \sim \phi$	$\{(MP), (a), (e)\}$
(g)	$\sim \phi$	$\{(MP), (d), (f)\}$.

Case 2: α is of the form $\phi \to \psi$.

(a)	$\sim (\phi \to \psi) \to (\phi \to \psi)$	by DT
(b)	$\sim\sim\sim (\phi \to \psi) \to \sim (\phi \to \psi)$	$\{(NN2v) : \alpha \notin var\}$
(c)	$\sim\sim\sim (\phi \to \psi) \to (\phi \to \psi)$	$\{(TR), (MP), (b), (a)\}$
(d)	$\sim\sim (\phi \to \psi)$	$\{(A3), (MP), (b), (c)\}$
(e)	$\sim\sim (\phi \to \psi) \to (\phi \to \psi)$	$\{(NN2v) : \alpha \notin var\}$
(f)	$\phi \to \psi$	$\{(MP), (d), (e)\}$.

□

Sette and Carnielli proved that $I1$ was complete with respect to the matrix

$$M_{I1} = \langle \{0, 1, 2\}, \{1\}, \sim, \to \rangle,$$

where $\{0, 1, 2\}$ is the set of logical values, $\{1\}$ contains the designated value and the connectives of implication and negation are defined by the truth-tables:

$\to$	1	2	0
1	1	0	0
2	1	1	1
0	1	1	1

$\sim$	
1	0
2	0
0	1

An $I1$-valuation is any function $v : For \longrightarrow \{1, 2, 0\}$ compatible with the above truth-tables. An $I1$-tautology is a formula which under any valuation v takes on the designated value $\{1\}$.

Observe that neither the formula $(\sim \alpha \to \alpha) \to \alpha$ nor $\sim\sim \alpha \to \alpha$ is an $I1$-tautology.

Let I^* be a calculus axiomatized by

(A1) $\alpha \to (\beta \to \alpha)$

(A2) $(\alpha \to (\beta \to \gamma)) \to ((\alpha \to \beta) \to (\alpha \to \gamma))$

(PL) $((\alpha \to \beta) \to \alpha) \to \alpha$

(DS) $\alpha \to (\sim \alpha \to \beta)$

(CMv) $(\sim \alpha \to \alpha) \to \alpha$, if $\alpha \notin var$

and the rule (MP), then

Fact 2. $I^* = I1$.

Proof.

($\subset$) (A1), (A2), (PL), (DS) and (CMv) are theorems of $I1$ (*cf.* Fact 1) and (MP) is the sole rule of inference in $I1$. Then, by soundness, all the formulas are $I1$-tautologies and (MP) preserves validity.

($\supset$) What is desired is to demonstrate that (A3) and (A4) are provable in I^*. To prove this, we first need to show that some additional formulas are provable in I^*, *viz.* (TR), (SIM), (PER), (R) $((\alpha \to \beta) \to \alpha) \to ((\beta \to \alpha) \to \alpha)$, (CMn) $(\sim \alpha \to \sim\sim \alpha) \to \sim\sim \alpha$, (NN1) $\alpha \to \sim\sim \alpha$ and (CON) $(\sim (\alpha \to \beta) \to \sim\sim\sim (\alpha \to \beta)) \to (\sim\sim (\alpha \to \beta) \to (\alpha \to \beta))$.

(TR), (SIM), (PER) by DT and (MP).

(R) by DT, (PL) and (MP).

(CMn).

(a)	$\sim \alpha \to \sim\sim \alpha$	by DT
(b)	$(\sim\sim \alpha \to \sim \alpha) \to \sim \alpha$	$\{(CMv) : \sim \alpha/\alpha\}$
(c)	$(\sim \alpha \to \sim\sim \alpha) \to ((\sim\sim \alpha \to \sim \alpha) \to \sim\sim \alpha)$	$\{(MP), (TR), (b)\}$
(d)	$(\sim\sim \alpha \to \sim \alpha) \to \sim\sim \alpha$	$\{(MP), (a), (c)\}$
(e)	$(\sim \alpha \to \sim\sim \alpha) \to \sim\sim \alpha$	$\{(MP), (R), (d)\}$
(f)	$\sim\sim \alpha$	$\{(MP), (a), (e)\}$.

(NN1).

$$\begin{array}{lll}
\text{(a)} & \alpha & \text{by DT} \\
\text{(b)} & \alpha \to (\sim \alpha \to \sim\sim \alpha) & \{(DS)\} \\
\text{(c)} & \sim \alpha \to \sim\sim \alpha & \{(MP), (a), (b)\} \\
\text{(d)} & (\sim \alpha \to \sim\sim \alpha) \to \sim\sim \alpha & \{(CMn))\} \\
\text{(f)} & \sim\sim \alpha & \{(MP), (c), (d)\}.
\end{array}$$

(CON).

$$\begin{array}{lll}
\text{(a)} & \sim (\alpha \to \beta) \to \sim\sim\sim (\alpha \to \beta)) & \text{by DT} \\
\text{(b)} & \sim\sim (\alpha \to \beta) & \text{by DT} \\
\text{(c)} & \sim\sim (\alpha \to \beta) \to (\sim\sim\sim (\alpha \to \beta) \to (\alpha \to \beta)) & \{(DS)\} \\
\text{(d)} & \sim\sim\sim (\alpha \to \beta) \to (\alpha \to \beta) & \{(MP), (b), (c)\} \\
\text{(e)} & \sim (\alpha \to \beta) \to (\alpha \to \beta) & \{(MP), (TR), (a), (d)\} \\
\text{(f)} & (\sim (\alpha \to \beta) \to (\alpha \to \beta)) \to (\alpha \to \beta) & \{(CMv):\ \alpha \to \beta/\alpha\} \\
\text{(g)} & \alpha \to \beta & \{(MP), (e), (f)\}.
\end{array}$$

Now we can prove that (A3) and (A4) are theses of I^*.

(A3).

$$\begin{array}{lll}
\text{(a)} & \sim\sim \alpha \to \sim \beta & \text{by DT} \\
\text{(b)} & \sim\sim \alpha \to \beta & \text{by DT} \\
\text{(c)} & (\beta \to (\sim \beta \to \sim \alpha)) \to (\sim\sim \alpha \to (\sim \beta \to \sim \alpha)) & \{(MP), (TR), (b)\} \\
\text{(d)} & \beta \to (\sim \beta \to \sim \alpha) & \{(DS)\} \\
\text{(e)} & \sim\sim \alpha \to (\sim \beta \to \sim \alpha) & \{(MP), (d), (c)\} \\
\text{(f)} & \sim \beta \to (\sim\sim \alpha \to \sim \alpha) & \{(MP), (PER), (e)\} \\
\text{(g)} & ((\sim \beta \to (\sim\sim \alpha \to \sim \alpha)) \to (\sim\sim \alpha \to & \\
 & \qquad\qquad (\sim\sim \alpha \to \sim \alpha))) & \{(MP), (TR), (a)\} \\
\text{(h)} & \sim\sim \alpha \to (\sim\sim \alpha \to \sim \alpha) & \{(MP), (f), (g)\} \\
\text{(i)} & \sim\sim \alpha \to \sim \alpha & \{(MP), (SIM), (h)\} \\
\text{(j)} & (\sim\sim \alpha \to \sim \alpha) \to \sim \alpha & \{(CMv) : \sim \alpha/\alpha\} \\
\text{(k)} & \sim \alpha & \{(MP), (i), (j)\}.
\end{array}$$

(A4).

$$\begin{array}{lll}
\text{(a)} & \sim\sim (\alpha \to \beta) & \text{by DT} \\
\text{(b)} & \sim (\alpha \to \beta) \to \sim\sim\sim (\alpha \to \beta) & \{(NN1)\} \\
\text{(c)} & \sim\sim (\alpha \to \beta) \to (\alpha \to \beta) & \{(MP), (CON), (b)\} \\
\text{(d)} & \alpha \to \beta & \{(MP), (a), (c)\}.
\end{array}$$

□

It is an immediate consequence of Fact 2 that the calculus $I1$ is axiomatizable by (A1), (A2), (PL), (DS), (CMv) and (MP).

3. The Issue of Duality

Just like $I1$, the calculus $P1$ is expressed in a language using negation and implication as primitives. In this language $P1$ is axiomatized by

(A1) $\alpha \to (\beta \to \alpha)$
(A2) $(\alpha \to (\beta \to \gamma)) \to ((\alpha \to \beta) \to (\alpha \to \gamma))$
(A3) $(\sim \alpha \to \sim \beta) \to ((\sim \alpha \to \sim\sim \beta) \to \alpha)$
(A4) $\sim (\alpha \to \sim\sim \alpha) \to \alpha$
(A5) $(\alpha \to \beta) \to \sim\sim (\alpha \to \beta)$.

The sole rule of inference is (MP).

It is worth mentioning that (A4) is not independent (*cf.* [10, p. 155]).

FACT 3. The formulas

(DSv) $\alpha \to (\sim \alpha \to \beta)$, if $\alpha \notin var$
(CM) $(\sim \alpha \to \alpha) \to \alpha$
(NN1v) $\alpha \to \sim\sim \alpha$, if $\alpha \notin var$
(NN2) $\sim\sim \alpha \to \alpha$

are provable in $P1$.

FACT 4. (See [3]) $P1$ is axiomatizable by (A1), (A2), (PL), (DSv), (CM) and (MP).

The axiom (DSv) is of special interest here because it reveals that $P1$ behaves in a *paraconsistent* manner only at the level of variables, i.e. $\alpha \to (\sim \alpha \to \beta)$ is a $P1$-tautology only if α is not a propositional variable. Similarly to the calculus $I1$, the thought behind this was to demonstrate that it is possible to obtain a new set of axioms for $P1$ by imposing an additional condition on one of axioms given in Section 1. At this time, however, it is the axiom (DS). In this sense, the calculi $I1$ and $P1$ may be seen as *dual* (at least from the axiomatic perspective).

Acknowledgements. I would like to express my gratitude to the anonymous referee, whose comments helped to improve the manuscript.

References

[1] Batens, D. "Paraconsistent extensional propositional logics", *Logique et Analyse*, 1980, vol. 23, no 90-91, pp. 195–234.

[2] N. C. A. da Costa, "On the theory of inconsistent formal systems", *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 1974, vol. 15, no 4, pp. 497–510.

[3] Ciuciura, J. "Paraconsistency and Sette's calculus P_1", *Logic and Logical Philosophy*, 2015, vol. 24, pp.265–273.

[4] D'Ottaviano, I.M.L., Feitosa, H.A. "Paraconsistent logics and translations", *Synthese*, 2000, vol. 125, no 1-2, pp. 77–95.

[5] Imai, Y., Iséki, K. "On Axiom Systems of Propositional Calculi. I", *Proc. Japan Acad.*, 1965, vol. 41, no 6, pp. 436–439.

[6] Jaśkowski, S. "A Propositional Calculus for Inconsistent Deductive Systems", *Logic and Logical Philosophy*, 1999, vol. 7, no 1, pp. 35–56.

[7] Jaśkowski, S. "On the Discussive Conjunction in the Propositional Calculus for Inconsistent Deductive Systems", *Logic and Logical Philosophy*, 1999, vol. 7, no 1, pp. 57–59.

[8] Marcos, J. "On a Problem of da Costa", *Essays on the Foundations of Mathematics and Logic* [http://sqig.math.ist.utl.pt/pub/MarcosJ/05-M-P12.pdf, accessed on 01.05.2015]

[9] Sette, A.M. "On the propositional calculus P_1", *Mathemetica Japonicae*, 1973, vol. 18, no 3, pp. 173–180.

[10] Sette, A.M., Alves, E.H. "On the equivalence between two systems of paraconsistent logic", *Bulletin of the Section of Logic*, 1995, vol. 24, no 3, pp. 155–157.

[11] Sette, A.M., Carnielli, W.A. "Maximal weakly-intutuinistic logics", *Studia Logica*, 1995, vol. 55, no 1, pp. 181–203.

[12] Slater, B.H. "Paraconsistent logics?", *Journal of Philosophical Logic*, 1995, vol. 24, pp. 451–454.

[13] Tomova, N.E. "Natural p-logics", *Logical Investigations*, 2011, vol. 17, pp. 256–268. (In Russian)

Логические исследования
2015. Т. 21. № 2. С. 61–69
УДК 164.03+510.644

Logical Investigations
2015, vol. 21, no 2, pp. 61–69

L.Yu. Devyatkin

On the 'classical' operations in three-valued logics[1]

Devyatkin Leonid Yurievich
Department of Logic, Institute of Philosophy, Russian Academy of Sciences.
14/5 Volkhonka St., Moscow, 119991, Russian Federation.
E-mail: `leonid_$evyatkin@mail.ru`

The general aim of the present paper is to provide the analysis of the connection between proof-theoretical and functional properties of certain logical matrices. To be more precise, we consider the class of three-valued matrices that induce the classical consequence relation and show that their operations always constitute a subset of one of the maximal classes of functions, which preserve non-trivial equivalence relations. We use a matrix with the single designated value as a sample for in-depth analysis, and generalize the results to suit other cases. Furthermore, on the basis of obtained results we conclude the paper with methodological considerations concerning the nature and interpretation of the truth-values in logical matrices.

Keywords: classical propositional logic, three-valued logics, consequence relation, maximal classes of functions, logical matrices

1. Introduction

The results presented below belong to the intersection of two prominent fields of modern logic, theory of logical calculi and algebra of logic. The problem that we deal with can be generally described in the form of a question: can we establish the link between a logical consequence relation and the algebraic properties of a matrix which induces it? For the standard two-valued matrix of the classical propositional calculus (**K**) the answer is clear, as it is a well known fact that Boolean algebra is the algebra of **K**, the set of its basic operations is complete in P_2, and it contains countable-many closed classes of functions [10, 5]. However, none of the above is the case if we consider the three-valued matrices for **K**. No three-valued Boolean algebras exist, the consequence relation in Post's three-valued logic is different from the classical one, and, as we will show in the sequel, there are matrices for **K**, which contain continuum-many subclasses. The differences between two-valued and three-valued matrices for **K** make it of interest to investigate the functional properties of the latter. Such an investigation constitutes the subject of the presented research.

[1]The paper is supported by Russian Foundation for Humanities, project № 13-06-00147a.

The structure of the paper is as follows. First, we define the necessary concepts, including one of a matrix for an arbitrary propositional language, which induces the classical consequence relation. Then, we present the necessary and sufficient conditions for a three-valued matrix to induce the classical consequence relation. In what follows, we analyze functional properties of the matrices that fulfill this condition, and show the connection of the basic operations of such matrices to the maximal classes of P_3. The final section of the paper is dedicated to the theoretical analysis of the technical results we have obtained.

2. Three-valued matrices which induce the classical consequence relation

We define a *propositional (sentential) language* as an algebra $\mathcal{S} = \langle S, \S_1, \S_2, \dots, \S_n \rangle$, where S is the set of formulae, and $\S_1, \S_2, \dots, \S_n$ are functions on S. We will assume that $a(\S_i^k) = k \geq 1$ for at least some $1 \leq i \leq n$. Given a set $Var(S) = \{p_1, p_2, \dots, p_i, \dots\}$ of the propositional variables of $\mathcal{S}$, we define the contents of S inductively:

- If $\alpha \in Var(S)$, then $\alpha \in S$;
- if $\{\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_k\} \subseteq S$ and $\S_i^k \in \mathcal{S}$ ($a(\S_i^k) = k$), then $\S_i^k(\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_k) \in S$;
- there are no other elements in S.

A *logical matrix* $\mathcal{M} = \langle \mathcal{A}, D \rangle$ is a structure, where $\mathcal{A} = \langle A, F \rangle$ is an algebra, and D is a non-empty proper subset of A. The elements of D will be referred to as *designated values*. If $\langle S, \S_1, \dots, \S_n \rangle$ and $\langle A, F \rangle$ are of the same type, then $\mathcal{M}$ is a *matrix for* $\mathcal{S}$, and a homomorphism v from S into A will be called a *valuation* of $\mathcal{S}$-formula in $\mathcal{M}$.

By *consequence relation induced by* $\mathcal{M}$ we will denote the set $\vDash_{\mathcal{M}} = \{\langle X, \alpha \rangle | X \vDash_{\mathcal{M}} \alpha\}$, where $X \vDash_{\mathcal{M}} \alpha$ ($\{X \cup \alpha\} \subseteq S$) iff for every valuation v in $\mathcal{M}$ it is true that $v(\alpha) \in D$ whenever $v(X) \subseteq D$.

Let $\mathcal{S}$ be such a language that there is a matrix $\mathcal{K} = \langle \{0,1\}, F_{\mathcal{K}}, \{1\} \rangle$ for $\mathcal{S}$, where $[F_{\mathcal{K}}] = P_2$, where $[F_{\mathcal{K}}]$ is the closure if $F_{\mathcal{K}}$ under Mal'tsev operations [8]. We will say that the consequence relation induced by a matrix $\mathcal{M}$ for $\mathcal{S}$ is *classical* iff $\vDash_{\mathcal{M}} = \vDash_{\mathcal{K}}$.

Now we need to introduce the concept of *matrix homomorphism* [15, 9]. Let $\mathcal{M} = \langle \mathcal{A}, D \rangle$ and $\mathcal{M}' = \langle \mathcal{A}', D' \rangle$ be matrices of the same type. A homomorphism h from $\mathcal{A}$ into $\mathcal{A}'$ is said to be a homomorphism from $\mathcal{M}$

into $\mathcal{M}'$ iff $h(D) \subseteq D'$. If it also holds that $h^{-1}(D') = D$, h is said to be a matrix (or strong) homomorphism.

The following theorem can be proved [1]:

THEOREM 1. *Let $\mathcal{M}_3 = \langle \{0,1,2\}, F, D\rangle$ be a matrix of the same type as $\mathcal{K}$. Then $\models_{\mathcal{M}_3} = \models_{\mathcal{K}}$ iff there is a matrix homomorphism from $\mathcal{M}_3$ into $\mathcal{K}$.*

In other words, the consequence relation induced by a three-valued matrix $\mathcal{M}_3$ is classical iff for every n-ary function of its algebra it is true that

$$h(f(a_1, a_2, \ldots, a_n)) = f_{\mathcal{K}}(h(a_1), h(a_2), \ldots, h(a_n)),$$

where $h(a_i) = 1$, if $a_i \in D$, and $h(a_i) = 0$ otherwise, for every $a_i \in \{0, 1, 2\}$ $(1 \leq i \leq n)$.

In the usual manner, we can make a transition from the matrix homomorphism to the matrix congruence:

$$\langle a_1, a_1'\rangle \in \kappa_h \Leftrightarrow h(a_1) = h(a_1').$$

As we have limited ourselves to the three-valued case, the matrices we consider can only differ by the elements of $[F]$ and D. Obviously, the choice of D impacts the structure of κ_h. For example,

- if $D = \{2\}$, then $\langle 0, 1\rangle \in \kappa_h$;
- if $D = \{1, 2\}$, then $\langle 1, 2\rangle \in \kappa_h$.

As soon as we determine, what is the class of designated values of $\mathcal{M}_3$ which determines the structure of matrix congruence κ_h on $\mathcal{M}_3$, the contents of $[F]$ become the only variable.

This allows us to introduce a concept of the *classical functions* on $\{0, 1, 2\}$. It will be said that an n-ary function f on $\{0, 1, 2\}$ is *classical in respect to D* iff it satisfies the following condition:

$$\begin{gathered}\{\langle a_1, a_1'\rangle, \langle a_2, a_2'\rangle, \ldots, \langle a_n, a_n'\rangle\} \subseteq \kappa_h \Rightarrow \\ \langle f(a_1, a_2, \ldots, a_n), f(a_1', a_2', \ldots, a_n')\rangle \in \kappa_h,\end{gathered}$$

where κ_h depends on the contents of D. Obviously, if $\models_{\mathcal{M}_3} = \models_{\mathcal{K}}$, then all functions from $[F]$ are classical.

In the following section we shall investigate the properties of the class of functions which are classical in respect to $D = \{2\}$, and the matrix which contains all of such operations.

3. The maximal three-valued matrix with operations which are classical in respect to $D = \{2\}$

S.V. Jablonskij has described all 18 classes of functions maximal in P_3, including the three classes of type U, the maximal classes of functions, which preserve non-trivial equivalence relations [4]. For us, of special interest is the class U_2, which is defined as follows:

$f(x_1, x_2, \dots, x_n) \in U_2$, iff for all $1 \le i_1 < i_2 < \dots < i_s \le n$ on all sets of values $\{b_1, b_2, \dots, b_n\}$, where

$$b_m = \begin{cases} 2 \text{ , if } m = i_l \ (l = 1, 2, \dots, s), \\ \neq 2 \text{ otherwise,} \end{cases}$$

function $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ either returns values from $\{0, 1\}$ exclusively, or is equivalent to 2.

One can observe that

$$F_2 = \{f(x_1, x_2, \dots, x_n) | \{\langle a_1, a'_1\rangle, \langle a_2, a'_2\rangle, \dots, \langle a_n, a'_n\rangle\} \subseteq \kappa_2 \Rightarrow \\ \langle f(a_1, a_2, \dots, a_n), f(a'_1, a'_2, \dots, a'_n)\rangle \in \kappa_2\} \text{ coincides with } U_2.$$

In other words, U_2 is exactly the class of functions which are classical in respect to $D = \{2\}$.

Now we will build a three-valued matrix containing all functions which are classical in respect to $D = \{2\}$. First, let us consider some operations and show that each of them satisfies the definition of a function from U_2.

$f_\wedge$	2	1	0
2	2	1	0
1	1	1	0
0	0	0	0

Suppose $s = 0$. We have four value sets: $\langle 0, 0\rangle$, $\langle 0, 1\rangle$, $\langle 1, 0\rangle$, $\langle 1, 1\rangle$, and $f_\wedge(0, 0) = f_\wedge(0, 1) = f_\wedge(1, 0) = 0$, $f_\wedge(1, 1) = 1$.

Suppose $s = 1$. For $i_1 = 1$ we have $\langle 2, 0\rangle$, $\langle 2, 1\rangle$. For $i_1 = 2$ we have $\langle 0, 2\rangle$, $\langle 1, 2\rangle$. And $f_\wedge(2, 0) = f_\wedge(0, 2) = 0$, $f_\wedge(2, 1) = f_\wedge(1, 2) = 1$.

For $s = 2$ we have one value set: $\langle 2, 2\rangle$, and $f_\wedge(0, 0) = 2$.

$f_\vee$	2	1	0
2	2	2	2
1	2	1	1
0	2	1	0

Suppose $s = 0$. We have four value sets: $\langle 0,0\rangle$, $\langle 0,1\rangle$, $\langle 1,0\rangle$, $\langle 1,1\rangle$, and $f_\vee(0,0) = 0$, $f_\vee(0,1) = f_\vee(1,0) = f_\vee(1,1) = 1$.

Suppose $s = 1$. For $i_1 = 1$ we have $\langle 2,0\rangle$, $\langle 2,1\rangle$. For $i_1 = 2$ we have $\langle 0,2\rangle$, $\langle 1,2\rangle$. And $f_\vee(2,0) = f_\vee(2,1) = f_\vee(0,1) = f_\vee(0,2) = 2$.

For $s = 2$ we have one value set: $\langle 2,2\rangle$, and $f_\vee(2,2) = 2$.

$f_\supset$	2	1	0
2	2	0	1
1	2	2	2
0	2	2	2

Suppose $s = 0$. We have four value sets: $\langle 1,1\rangle$, $\langle 1,2\rangle$, $\langle 2,1\rangle$, $\langle 2,2\rangle$, and $f_\supset(1,1) = f_\supset(1,2) = f_\supset(2,1) = f_\supset(2,2) = 2$.

Suppose $s = 1$. For $i_1 = 1$ we have $\langle 0,1\rangle$, $\langle 0,2\rangle$. For $i_1 = 2$ we have $\langle 1,0\rangle$, $\langle 2,0\rangle$. And $f_\supset(0,1) = f_\supset(0,2) = 2$, $f_\supset(1,0) = f_\supset(2,0) = 0$. For $s = 2$ we have one value set: $\langle 0,0\rangle$, and $f_\supset(0,0) = 1$.

x_1	$f_\neg(x_1)$
2	0
1	1
0	1

For $s = 0$ we have $f_\neg(0) = f_\neg(1) = 2$. For $s = 1$ we have $f_\neg(2) = 0$.

Now, consider the matrices $\mathcal{M}^1_{max} = \langle\{0,1,2\}, \mathcal{F}^1_{max}, \{2\}\rangle$, where $\mathcal{F}^1_{max} = \{f_\wedge, f_\vee, f_\supset, f_\neg\}$, and $\mathcal{M}_\mathcal{K} = \langle\{0,1\}, F_\mathcal{K}, \{1\}\rangle$, where $\mathcal{F}_\mathcal{K} = \{g_\wedge, g_\vee, g_\supset, g_\neg\}$.

$g_\wedge$	1	0
1	1	0
0	0	0

$g_\vee$	1	0
1	1	1
0	1	0

$g_\supset$	1	0
1	1	0
0	1	1

x	$g_\neg(x)$
1	0
0	1

A propositional language $\mathcal{L} = \langle L, \wedge, \vee, \supset, \neg\rangle$ is said to be standard. Both $\mathcal{M}^1_{max}$ and $\mathcal{M}_\mathcal{K}$ are matrices for $\mathcal{L}$. Moreover, $[\mathcal{F}_\mathcal{K}] = P_2$. It is easy to check that $\vDash_{\mathcal{M}^1_{max}} = \vDash_{\mathcal{M}_\mathcal{K}}$. Therefore, the consequence relation induced by $\mathcal{M}^1_{max}$ is classical.

LEMMA 1. $[\mathcal{F}^1_{max}]$ is maximal in P_3.

In other words,

$$\forall f(x_1, x_2, \ldots, x_n)(f(x_1, x_2, \ldots, x_n) \notin [\mathcal{F}^1_{max}] \Rightarrow [\mathcal{F}^1_{max} \cup \{f(x_1, x_2, \ldots, x_n)\}] = P_3),$$

where P_3 is the class of all functions on $\{0,1,2\}$, and $f(x_1,x_2,\dots,x_n) \in P_3$.

PROOF. It is sufficient to show that every function, which is classical in respect to $\{2\}$, is equivalent to a superposition of the functions of $\mathcal{F}^1_{max}$.

The following functions belong to $[\mathcal{F}^1_{max}]$ (to simplify the notation, we write «§» instead of «$f_§$», where $§ \in \{\wedge, \vee, \supset, \neg\}$).

- $\blacktriangle(x) = (x \supset x) \supset x$;
- $I'_2(x) = \neg\neg x \wedge \blacktriangle\neg x$;
- $I'_1(x) = \blacktriangle((\neg x \wedge \blacktriangle x) \vee (\neg\neg x \wedge \blacktriangle\neg x))$;
- $I'_0(x) = \neg x \wedge \blacktriangle x$.

x	$\blacktriangle$	I'_2	I'_1	I'_0
2	2	1	0	0
1	0	0	1	0
0	1	0	0	1

Consider the function

$$\overset{n}{\underset{i=1}{\wedge}} I_{a_i}(x_i) = I_{a_1}(x_1) \wedge I_{a_2}(x_2) \wedge \dots \wedge I_{a_n}(x_n),$$

where $I_{a_i}(x_i) = \neg\neg x_i$, if $a_i = 2$, and $I_{a_i}(x_i) = \neg x_i$, if $a_i \in \{0,1\}$. The function $\overset{n}{\underset{i=1}{\wedge}} I_{a_i}(x_i)$ produces the value 2, if $x_i = a_i = 2$, or $x_i \in \{0,1\}$ and $a_i \in \{0,1\}$, and it produces the value 0 otherwise.

Moreover, the function

$$\overset{n}{\underset{i=1}{\vee}} I'_{a_i}(x_i) = I'_{a_1}(x_1) \vee I'_{a_2}(x_2) \vee \dots \vee I'_{a_n}(x_n)$$

produces the value 1, if $x_i = a_i$ for every i, and the value 0 otherwise.

Let $f(x_1,x_2,\dots,x_n)$ be a function which is classical in respect to $\{2\}$. Assume $f(x_1,x_2,\dots,x_n) = 2$, only when $x_i = b_{j_i}$ $(1 \le j \le k)$ for the sets of values $(b_{1_1}, b_{1_2}, \dots, b_{1_n})$, $(b_{2_1}, b_{2_2}, \dots, b_{2_n})$, $\dots$, $(b_{k_1}, b_{k_2}, \dots, b_{k_n})$. Since $f(b_{j_1}, b_{j_2}, \dots, b_{j_n}) = 2$ iff $f(b_{j_1^*}, b_{j_2^*}, \dots, b_{j_n^*}) = 2$, where $b_{j_i^*} = 0$, if $b_{j_i} = 1$, and $b_{j_i^*} = b_{j_i}$ otherwise,

$$\overset{k}{\underset{j=1}{\vee}} (\overset{n}{\underset{i=1}{\wedge}} I_{b_{j_i}}(x_i)) = (\overset{n}{\underset{i=1}{\wedge}} I_{b_{1_i}}(x_i)) \vee (\overset{n}{\underset{i=1}{\wedge}} I_{b_{2_i}}(x_i)) \vee \dots \vee (\overset{n}{\underset{i=1}{\wedge}} I_{b_{k_i}}(x_i))$$

is a function, which produces the value 2, if $f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 2$, and the value 0 otherwise.

Now assume $f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 1$, only when $x_i = c_{j'_i}$ $(1 \leq j' \leq m)$ for the sets of values $(c_{1_1}, c_{1_2}, \ldots, c_{1_n})$, $(c_{2_1}, c_{2_2}, \ldots, c_{2_n})$, $\ldots$, $(c_{m_1}, c_{m_2}, \ldots, c_{m_n})$. Then there is a function

$$\overset{m}{\underset{j'=1}{\vee}}(\overset{n}{\underset{i=1}{\wedge}} I'_{c_{j'_i}}(x_i)) = (\overset{n}{\underset{i=1}{\vee}} I'_{c_{1_i}}(x_i)) \vee (\overset{n}{\underset{i=1}{\vee}} I'_{c_{2_i}}(x_i)) \vee \cdots \vee (\overset{n}{\underset{i=1}{\vee}} I'_{c_{m_i}}(x_i)),$$

where $\overset{m}{\underset{j'=1}{\vee}}(\overset{n}{\underset{i=1}{\wedge}} I_{c_{j'_i}}(x_i))$ produces the value 1, if $f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 1$, and the value 0 otherwise.

If $f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 1$, then $\overset{k}{\underset{j=1}{\vee}}(\overset{n}{\underset{i=1}{\wedge}} I_{b_{j_i}}(x_i)) = 0$, hence the following holds:

$$\overset{k}{\underset{j=1}{\vee}}(\overset{n}{\underset{i=1}{\wedge}} I_{b_{j_i}}(x_i)) \vee \overset{m}{\underset{j'=1}{\vee}}(\overset{n}{\underset{i=1}{\wedge}} I'_{c_{j'_i}}(x_i)) = f(x_1, x_2, \ldots, x_n).$$

Therefore, every function which is classical in respect to $\{2\}$ is equivalent to a superposition of the functions of $\mathcal{F}^1_{max}$. As the class of functions, which are classical in respect to $\{2\}$, coincides with U_2, and U_2 is maximal in P_3, $\mathcal{F}^1_{max}$ is maximal in P_3. □

4. Generalizations and analysis

Our definition of the class D of designated values implies the following options: $\{0, 1\}$, $\{0, 2\}$, $\{1, 2\}$, $\{0\}$, $\{1\}$, $\{2\}$. Similarly to the case when $D = \{2\}$, the classes of functions which are classical in respect to other sets of designated values ($[F_D]$) coincide with one of the three classes of functions, which preserve non-trivial equivalence relations — U_2, U_1, U_0. The classes U_2, U_1, and U_0 are pairwise dual and, therefore, isomorphic [4]. So all results obtained for $D = \{2\}$ can be easily generalized for other sets of designated values. The relations between the classes of classical functions and the classes of the type U are as follows:

- $[F_{\{0,1\}}] = [F_{\{2\}}] = U_2$.
- $[F_{\{0,2\}}] = [F_{\{1\}}] = U_1$.
- $[F_{\{1,2\}}] = [F_{\{0\}}] = U_0$.

As shown above, in all three cases $F_D = U_D$ and $F_{A \setminus D} = U_D$. If we adopt the usual view of truth-values as degrees of truth, this can seem counterintuitive. However, it is perfectly in line with G. Malinowski's observation that we can pick $D = \{0\}$ in a two-valued matrix [7]. This way we are able obtain two classical two-valued logics — «truth-based» with $D = \{1\}$, and «falsity-based» with $D = \{0\}$.

Let us also note that even in the case of $D = \{2\}$ there are classical operations that do not satisfy the «normality» condition (see [3, 13] for discussion of C-normality and [14] for analysis concerning implication in particular). For example, $f_\supset \in \mathcal{F}^1_{max}$ is a classical implication in terms of the current paper. But $f_\supset(2, 0) = 1$, and that contradicts the idea that a «normal» implication must preserve the classical truth-values.

Another point worth investigating is the power of the sets of all subclasses of classical functions. The set of functions of two-valued classical logic is complete in P_2. And P_2 has countable-many subclasses. However, each of U_0, U_1, and U_2 has continuum-many subclasses [6]. Therefore, every maximal set of classical functions has continuum-many subclasses. Moreover, the set of functions of Heyting's three-valued logic $\mathbf{G}_3$ has continuum-many subclasses as well [12], and it is a proper subset of U_0. This shows that the fact we pointed out holds even for non-maximal sets of classical operations. Although the sets of classical functions with countable-many subclasses exist as well. Consider the following operations:

$\cap$	0	1	2
0	0	0	0
1	0	0	0
2	0	0	2

$\cup$	0	1	2
0	0	0	2
1	0	0	2
2	2	2	2

$\supset$	0	1	2
0	2	2	2
1	2	2	2
2	0	0	2

x	$\neg x$
0	2
1	2
2	0

The matrix $\langle\{0, 1, 2\}, \cap, \cup, \supset, \neg, \{2\}\rangle$ is a submatrix of Bochvar's three-valued logic $\mathbf{B}_3$ [2]. As Bochvar pointed out, the fragment of $\mathbf{B}_3$ determined by this matrix is isomorphic to $\mathbf{K}$. Indeed, the class $[\{\supset, \neg\}]$ ($\cap$ and $\cup$ are not independent from $\{\supset, \neg\}$) is a closed class of operations which are classical in respect to $D = \{2\}$. While the set of functions of $\mathbf{B}_3$ itself contains continuum-many subclasses [11], for every function $f(x_1, x_2, \ldots, x_n) \in [\{\supset, \neg\}]$ it is true that $f(a_1, a_2, \ldots, a_{i-1}, 1, a_{i+1}, \ldots, a_n) = f(a_1, a_2, \ldots, a_{i-1}, 0, a_{i+1}, \ldots, a_n)$ for every $a_1, a_2, \ldots, a_n$ ($a_j \in \{0, 1, 2\}$). Hence, $[\{\supset, \neg\}]$ is isomorphic to P_3, and, therefore, contains countable-many closed subclasses.

References

[1] Devyatkin, L.Yu. "Three-valued matrices with classical consequence relation for an arbitrary propositional language", *Logical Investigations*, 2014, vol. 20, pp. 248–254.

[2] Bochvar, D.A. "Ob odnom trekhznachnom ischislenii i ego primenenii k analizu paradoksov klassicheskogo rasshirennogo funktsional'nogo ischisleniya" [On a three-valued logical calculus and its application to the analysis of the paradoxes of the classical extended functional calculus], *Matematiceskij Sbornik* [Sbornik: Mathematics], 1938, vol. 4, no 46, pp. 287–308. (In Russian)

[3] Church, A. *Introduction to mathematical logic.* Princeton, 1956, p. 117.

[4] Jablonskij, S.V. "Funktsional'nye postroeniya v k-znachnoi logike" [Functional constructions in many-valued logics], *Sbornik statei po matematicheskoi logike i ee prilozheniyam k nekotorym voprosam kibernetiki* [Collected papers on mathematical logic and its applications to some problems of cybernetics], Tr. MIAN USSR, 1958, vol. 51, pp. 5-–142. (In Russian)

[5] Jablonskij, S.V., Gavrilov, G.P., Kudryavtsev, V.B. *Funktsii algebry logiki i klassy Posta* [Functions of the algebra of logic and post classes]. Moscow: Nauka, 1966, 90 pp. (In Russian)

[6] Lau, D. *Function Algebras on Finite Sets: Basic Course on Many-Valued Logic and Clone Theory.* Springer Science & Business Media, 2006, p. 228.

[7] Malinowski, G. *Many-Valued Logics.* Oxford: Oxford University Press, 1993, p. 30.

[8] Mal'tsev, A.I. "Iterativnye algebry i mnogoobraziya Posta" [Iterative algebras and Post's varieties], *Algebra i logika* [Algebra and Logic], 1966, vol. 5, no 2, pp. 5–24.

[9] Mal'tsev, A.I. *Algebraicheskie sistemy* [Algebraic systems]. Moscow: Nauka, 1970, p. 62. (In Russian)

[10] Post, E.L. *The two-valued iterative systems of mathematical logic*, London; H. Milford: Oxford University Press, 1941, 122 pp.

[11] Prelovskiy, N.N. "Cardinality of sets of closed functional classes in weak 3-valued logics". *Logical Investigations*, 2013, vol. 19, pp. 334–343.

[12] Raça, M.F. "O klasse funktsii trekhznachnoi logiki, sootvetstvuyushchem pervoi matritse Yas'kovskogo" [On the class of functions of three-valued logic corresponding to Jaśkowski's first matrix], *Problemy kibernetiki* [Problems of cybernetics], 1969, no 21, pp. 185—214. (In Russian)

[13] Rescher, N. *Many-Valued Logic.* New York (McGraw-Hill). 1969, p. 116.

[14] Tomova, N.E. *Estestvennye trekhznachnye logiki: Funktsional'nye svoistva i otnosheniya* [Natural three-valued logics: functional properties and relations]. Moscow. IFRAN Publ. 2012. 89 pp. (In Russian)

[15] Wójcicki, R. *Lectures on Propositional Calculi.* Pub. House of the Polish Academy of Sciences. 1984, p. 99.

Логические исследования
2015. Т. 21. № 2. С. 70–77
УДК 510.649

Logical Investigations
2015, vol. 21, no 2, pp. 70–77

А.А. Солощенков

Аналитико-табличное представление логик, включающих логику Par[1]

Солощенков Артем Андреевич
Кафедра логики, философский факультет, МГУ им. М.В. Ломоносова.
119991, Российская Федерация, Москва, ГСП-1,
Ломоносовский проспект, д. 27, корп. 4.
E-mail: `artemiis@mail.ru`

В этой работе мы предлагаем аналитико-табличные аксиоматизации ряда логик. Этими логиками являются такие расширения известной паранепротиворечивой и параполной логики Par из [1], которые сами являются паралогиками, то есть паранепротиворечивыми или/и параполными логиками. Согласно [2] существуют всего четыре паралогики, включающие логику Par. Для каждой из этих паралогик мы описываем просто устроенную аналитико-табличную аксиоматизацию, удобную для организации поиска доказательства. Правила редукции во всех этих аксиоматизациях одни и те же, как и принципы построения аналитических таблиц. Исчисления отличаются друг от друга только определением замкнутого множества маркированных формул. Аналитико-табличные построения проводятся в стиле Фиттинга (см. [4]). Следуя [4], мы рассматриваем два маркера для формул. Эти маркеры — T и F. Главное отличие набора предлагаемых здесь правил редукции от набора правил редукции, используемых в [4], состоит в том, что мы используем наряду с обычными правилами редукции, которые удаляют отдельные логические связки, правила редукции, удаляющие целые комплексы логических связок. Итак, здесь исследуются все логики, язык каждой из которых есть определяемый ниже пропозициональный язык L, каждая из которых включает известную паранормальную логику Par и является паранепротиворечивой или/и параполной логикой. Цель работы — для всякой такой логики описать адекватное ей и удобное для поиска вывода аналитико-табличное исчисление.

Ключевые слова: паралогика, паранормальная логика, паранепротиворечивая логика, параполная логика, аналитическая таблица, маркированная формула, замкнутое множество, аналитико-табличная аксиоматизация

Язык L всех интересующих нас логик есть стандартный пропозициональный язык, алфавиту которого принадлежат все следующие символы и только они: $\&, \vee, \supset$ (бинарные логические связки языка L), $\neg$ (унарная логическая связка языка L) и технические символы языка L, $p_1, p_2, p_3, \ldots$ (пропозициональные переменные языка L). Мы допускаем применение обычных соглашений об опускании скобок в формулах

[1]Работа выполнена при поддержке РФФИ № 13-06-00147а.

языка L и используем «формула» вместо «формула языка L». Опишем, следуя [2], исчисления $HPar$, $HPContPComp$, $HPCont$ и $HPComp$ гильбертовского типа, аксиоматизирующие интересующие нас логики. Множество всех аксиом исчисления $HPar$ есть множество всех тех и только тех формул, каждая из которых имеет хотя бы один из следующих восемнадцати видов (здесь и далее A, B и C есть формулы):

(I) $(A \supset B) \supset ((B \supset C) \supset (A \supset C))$, (II) $A \supset (A \vee B)$, (III) $A \supset (B \vee A)$, (IV) $(A \supset C) \supset ((B \supset C) \supset ((A \vee B) \supset C))$, (V) $(A \& B) \supset A$, (VI) $(A \& B) \supset B$, (VII) $(C \supset A) \supset ((C \supset B) \supset (C \supset (A \& B)))$, (VIII) $(A \supset (B \supset C)) \supset ((A \& B) \supset C)$, (IX) $((A \& B) \supset C) \supset (A \supset (B \supset C))$, (X) $((A \supset B) \supset A) \supset A$, (XI) $\neg(A \vee B) \supset (\neg A \& \neg B)$, (XII) $(\neg A \& \neg B) \supset \neg(A \vee B)$, (XIII) $\neg(A \& B) \supset (\neg A \vee \neg B)$, (XIV) $(\neg A \vee \neg B) \supset \neg(A \& B)$, (XV) $\neg(A \supset B) \supset (\neg A \& B)$, (XVI) $(\neg A \& B) \supset \neg(A \supset B)$, (XVII) $\neg\neg A \supset A$, (XVIII) $A \supset \neg\neg A$.

Множество всех аксиом исчисления $HPContPComp$ есть множество всех тех и только тех формул, каждая из которых имеет хотя бы один из видов (I)–(XVIII) или имеет вид $(A \& \neg A) \supset (B \vee \neg B)$. Множество всех аксиом исчисления $HPCont$ есть множество всех тех и только тех формул, каждая из которых имеет хотя бы один из видов (I)–(XVIII) или имеет вид $(\mathrm{A} \vee \neg \mathrm{A})$. Множество всех аксиом исчисления $HPComp$ есть множество всех тех и только тех формул, каждая из которых имеет хотя бы один из видов (I)–(XVIII) или имеет вид $(A \& \neg A) \supset B$. Каждое из исчислений $HPar$, $HPContPComp$, $HPCont$, $HPComp$ имеет единственное правило вывода — правило modus ponens в L. Во всяком из этих исчислений выводы (в частности, доказательства) строятся обычным для исчислений гильбертовского типа образом. Для всякого из этих исчислений стандартно определяется доказуемая в нем формула. Следуя [2], определяем Par как множество всех формул, доказуемых в $HPar$. Аналогично определяем *PContPComp*, *PCont* и *PComp*. Термины «логика», «классическая логика в L», «паранепротиворечивая логика», «параполная логика», «паранормальная логика» и «паралогика» используем в смысле, который придается этим терминам в работе [2]. Согласно [2] логика определяется как непустое множество формул, замкнутое относительно правила подстановки в L и правила modus ponens в L. Известно, что множество всех классических тавтологий в языке L есть логика. Эту логику, следуя [2], называем классической логикой в L и обозначаем через ClP. Теорией логики L называется (см. [2]) множество формул, включающее логику L и замкнутое относительно правила modus ponens в L. Понятно, что множество всех формул является логикой и теорией любой логики. Вслед за [2] обозначаем это множество через $Form$ и называем тривиальной теорией. В [2] противоречивой теорией логики L называется такая теория T логики L, что для некоторой формулы A верно следующее: $A \in T$ и $\neg A \in T$, а паранепротиворечивой теорией логики L называется противоречивая теория T логики L, не являющаяся тривиальной теорией. Паранепротиворечивой логикой называется (см. [2]) такая логика L, что существует паранепротиворечивая теория логики L. Полной теорией логики L называется ([2]) такая теория T логики L, что для всякой формулы A верно: $A \in T$ или $\neg A \in T$, а параполной теорией логики L называется (см. [2]) такая теория T логики L, что T не является полной теорией логики L и всякая полная теория логики L, включающая T, есть тривиальная теория. Параполной логикой называется (см. [2]) такая логика L, что существует параполная теория логики L. Паранормальной логикой называется (см. [2]) логика, которая является паранепротиворечивой и параполной логикой. Паралогикой называется (см.[2]) логика, которая является паранепротиворечивой или параполной логикой.

Верны (см. [2]) следующие утверждения: (а) Par и $PContPComp$ — различные логики, каждая из которых паранормальна, (б) $PCont$ есть паранепротиворечивая, но не параполная логика, (в) $PComp$ есть параполная, но не паранепротиворечивая логика. В свете утверждений (а), (б) и (в) ясно, что Par, $PContPComp$, $PCont$ и $PComp$ являются паралогиками. Легко проверить, что все эти паралогики включают Par. Но тогда, учитывая, что множество всех логик, лежащих между Par и множеством всех формул, равно (см. [2]) множеству $\{PContPComp, PCont, PComp, ClP\}$ и ClP не является паралогикой, получаем, что $Par, PContPComp, PCont$ и $PComp$ — это все паралогики, язык каждой из которых есть L и каждая из которых включает логику Par.

Построим в стиле работы [4] аналитико-табличные исчисления $ATPar, ATPContPComp, ATPCont, ATPComp$, аксиоматизирующие соответствующие паралогики.

Называем маркер-формулой выражение вида QA, где Q есть символ T или символ F, а A есть формула. Условимся использовать букву M для обозначения конечных множеств маркер-формул. Правила редукции любого исчисления из $\{ATPar$, $ATPContPComp$, $ATPCont$, $ATPComp\}$, это в точности следующие четырнадцать правил:

правило $[T\&]$, являющееся множеством всех упорядоченных пар вида $< M, M \cup \{TA, TB\} >$, где $TA\&B \in M$;

правило $[T\neg\&]$, являющееся множеством всех упорядоченных троек вида $< M, M \cup \{T\neg A\}, M \cup \{T\neg B\} >$, где $T\neg(A\&B) \in M$;

правило $[F\&]$, являющееся множеством всех упорядоченных троек вида $< M, M \cup \{FA\}, M \cup \{FB\} >$, где $FA\&B \in M$;

правило $[F\neg\&]$, являющееся множеством всех упорядоченных пар вида $< M, M \cup \{F\neg A, F\neg B\} >$, где $F\neg(A\&B) \in M$;

правило $[T\vee]$, являющееся множеством всех упорядоченных троек вида $< M, M \cup \{TA\}, M \cup \{TB\} >$, где $TA \vee B \in M$;

правило $[T\neg\vee]$, являющееся множеством всех упорядоченных пар вида $< M, M \cup \{T\neg A, T\neg B\} >$, где $T\neg(A \vee B) \in M$;

правило $[F\vee]$, являющееся множеством всех упорядоченных пар вида $< M, M \cup \{FA, FB\} >$, где $FA \vee B \in M$;

правило $[F\neg\vee]$, являющееся множеством всех упорядоченных троек вида $< M, M \cup \{F\neg A\}, M \cup \{F\neg B\} >$, где $F\neg(A \vee B) \in M$;

правило $[T\supset]$, являющееся множеством всех упорядоченных троек вида $< M, M \cup \{FA\}, M \cup \{TB\} >$, где $TA \supset B \in M$;

правило $[T\neg\supset]$, являющееся множеством всех упорядоченных пар вида $< M, M \cup \{TA, T\neg B\} >$, где $T\neg(A \supset B) \in M$;

правило $[F\supset]$, являющееся множеством всех упорядоченных пар вида $< M, M \cup \{TA, FB\} >$, где $TA \supset B \in M$;

правило $[F\neg\supset]$, являющееся множеством всех упорядоченных троек вида $< M, M \cup \{FA\}, M \cup \{F\neg B\} >$, где $F\neg(A \supset B) \in M$;

правило $[T\neg\neg]$, являющееся множеством всех упорядоченных пар вида $< M, M \cup \{TA\} >$, где $T\neg\neg A \in M$;

правило $[F\neg\neg]$, являющееся множеством всех упорядоченных пар вида $< M, M \cup \{FA\} >$, где $F\neg\neg A \in M$.

Множество всех этих правил редукции обозначаем через Rd. Элементы множества Rd называем Rd-правилами.

Определения (а) результата применения Rd-правила к множеству маркер-формул, (б) конфигурации, (в) результата применения Rd-правила к конфигурации, (г) аналитической таблицы, (д) начальной конфигурации аналитической таблицы, (е) последней конфигурации аналитической таблицы аналогичны соответствующим определениям из работы [4].

$ATPar$-замкнутым множеством называем такое множество S маркер-формул, что TA и FA принадлежат множеству S для некоторой формулы A.

$ATPContPComp$-замкнутым множеством называем такое множество S маркер-формул, что S есть $ATPar$-замкнутое множество или TA, $T\neg A$, FB и $F\neg B$ принадлежат множеству S для некоторых формул A и B.

$ATPCont$-замкнутым множеством называем такое множество S маркер-формул, что S есть $ATPar$-замкнутое множество или FA и $F\neg A$ принадлежат множеству S для некоторой формулы A.

$ATPComp$-замкнутым множеством называем такое множество S маркер-формул, что S есть $ATPar$-замкнутое множество или TA и $T\neg A$ принадлежат множеству S для некоторой формулы A.

$ATPar$-замкнутой конфигурацией называем такую конфигурацию, каждый элемент которой есть $ATPar$-замкнутое множество.

Аналогично определяем $ATPContPComp$-замкнутую конфигурацию, $ATPCont$-замкнутую конфигурацию и $ATPComp$-замкнутую конфигурации.

$ATPar$-замкнутой аналитической таблицей называем такую аналитическую таблицу, последняя конфигурация которой есть $ATPar$-замкнутая конфигурация.

Аналогично определяем $ATPContPComp$-замкнутую аналитическую таблицу, $ATPCont$-замкнутую аналитическую таблицу и $ATPComp$-замкнутую аналитическую таблицу.

Для завершения определения исчислений $ATPar$, $ATPContPComp$, $ATPCont$ и $ATPComp$ остается для каждого из этих исчислений определить доказуемую в нем формулу.

Формулой, доказуемой в исчислении $ATPar$, называем такую формулу A, что существует $ATPar$-замкнутая таблица, начальная конфигурация которой есть $\{\{FA\}\}$.

Аналогично определяем формулу, доказуемую в исчислении $ATPContPComp$, формулу, доказуемую в исчислении $ATPCont$, и формулу, доказуемую в исчислении $ATPComp$.

Опираясь на результаты работы [3], удалось доказать следующую теорему.

ТЕОРЕМА. *Для всякой формулы A верно:*

(i) $A \in Par$ *тогда и только тогда, когда A доказуема в $ATPar$,*

(ii) $A \in PContPComp$ *тогда и только тогда, когда A доказуема в $ATPContPComp$,*

(iii) $A \in PCont$ *тогда и только тогда, когда A доказуема в $ATPCont$,*

(iv) $A \in PComp$ *тогда и только тогда, когда A доказуема в $ATPComp$.*

Для каждого построенного здесь аналитико-табличного исчисления можно организовать достаточно простую в применении синтаксическую разрешающую процедуру.

Автор выражает благодарность В.М. Попову за постановку проблемы и помощь в работе.

Литература

[1] *Попов В.М.* Секвенциальные формулировки паранепротиворечивых логических систем // Синтаксические и семантические исследования неэкстенсиональных логик. М.: Наука, 1989. С. 285–289.

[2] *Попов В.М.* Между Par и множеством всех формул // 6-е Смирновские чтения по логике: Материалы междунар. научн. конф. (17–19 июня 2009 г.). М.: Соврем. тетради, 2009. С. 93–95.

[3] *Попов В.М.* Секвенциальные аксиоматизации паралогик, включающих логику Par // Объединен. научн. журн. 2013. № 7–10 (278–281). С. 5–11.

[4] *Fitting M.C.* Intuitionistic logic model theory and forcing. Amsterdam: North-Holland Publishing Co., 1969. 191 pp.

A.A. Solotschenkov

Table-analytical Axiomatizations of Expansions of Logic Par

Artem Andreevich Solotchenkov
Department of Logic, Faculty of Philosophy, Lomonosov Moscow State University.
27-4 Lomonosovsky prospekt, GSP-1, Moscow, 119991, Russian Federation.
E-mail: artemiis@mail.ru

In this work we offer table-analytical axiomatizations of a row of logics. These logics are such expansions of known paraconsistent and paracomplete logic *Par* from [1] which are paralogics, that is paraconsistent or/and paracomplete logics. According to [2] there are only four paralogics including logic *Par*. For each of these the paralogic we describe simply arranged table-analytical axiomatization convenient for the organization of search of the proof. Rules of a reduction in all these axiomatizations same, as well as the principles of creation of analytical tables. Calculations differ from each other only in definition of the closed set of the marked formulas. Table-analytical constructions are carried out in style of Fitting (see [4]). Following [4], we consider two markers for formulas. These markers — T and F. The main difference of a set of the rules of a reduction offered here from a set of the rules of a reduction used in [4] consists that we use along with usual rules of a reduction which delete separate logical connectives, rules of a reduction deleting the whole complexes of logical connectives. So, all logics are investigated here, language of each of which is the propositional language L defined below, and each of which includes known paranormal logic of Par and is paraconsistent or/and paracomplete logic. Our aim — for any such logic to describe an adequate table-analytical calculation convenient for search of a proof.

Keywords: paralogics, paranormal logic, paraconsistent logic, paracomplete logic, analytical table, marked formula, closed set, table-analytical axiomatization

References

[1] *Popov, V.M.* "Sekvencial'nye formulirovki paraneprotivorechivyh logicheskih sistem" [Sequential formulation of paraconsistent logical systems], *Sintaksicheskie i semanticheskie issledovanija nejekstensional'nyh logik* [Syntactical and semantical investigations of non-extensional logics]. Moscow: Nauka, 1989, pp. 285–289. (In Russian)

[2] *Popov, V.M.* "Mezhdu *Par* i mnozhestvom vseh formul" [Between *Par* and the set of all formulas], *6-e smirnovskie chtenija po logike* [The 6th Smirnov readings in logic]. Proceedings of international scientific conference (Moscow 17–19 of June 2009). Moscow: Modern notebooks Publ., 2009, pp. 93–95. (In Russian)

[3] *Popov, V.M.* "Sekvencial'nye aksiomatizacii paralogik, vkljuchajushhih logiku *Par*" [Sequential axiomatizations of paralogics including logic *Par*], *Ob'edinennyj nauchnyj zhurnal*, 2013, no 7–10 (278–281), pp. 5–11. (In Russian)

[4] *Fitting, M.C. Intuitionistic logic model theory and forcing.* Amsterdam: North-Holland Publishing Co., 1969. 191 pp.

Логические исследования
2015. Т. 21. № 2. С. 78–106
УДК 161.26

Logical Investigations
2015, vol. 21, no 2, pp. 78–106

Философская логика
Philosophical Logic

Г.В. Карпов

Императивы в stit-подходе[1]

Карпов Глеб Викторович
Кафедра логики, Институт философии,
Санкт-Петербургский государственный университет.
199034, Российская Федерация, Санкт-Петербург, Менделеевская линия, д. 5.
E-mail: glebsight@gmail.com

В статье обосновывается возможность рассматривать императив как предложение, описывающее побуждающую к действию стратегию, которая реализуется одним рациональным агентом в отношении другого. Отстаивается тезис, что такого рода стратегии, выступающие основанием практических умозаключений, могут быть описаны средствами модальных логик, в частности, средствами stit-логики. Дается изложение основ семантики stit-логики и предпринимается исследование, связанное с поиском модальной формулы, наилучшим образом отражающей множество свойств императива и соответствующего ему действия рационального агента. Особое внимание уделяется формулам, в которых различные модальные stit-операторы стоят в суперпозиции. На том основании, что обычно суперпозиция таких операторов лишает агента-адресата выбора, а агента-адресанта — незнания о том, будет ли успешным его побуждающее действие, вносится предложение использовать в определениях истинности различные точки соотнесения для различных по типу операторов, что позволяет сохранить основные свойства императива в отношении данных формул, теряемые в обычном случае. В заключении показывается, что для таких формул невозможно возникновение парадоксов, обычных для предлагаемых ранее императивных логик.

Ключевые слова: stit-логика, императив, логика императивов, логика действий

1. Введение

Возможность установить одно-однозначное соответствие между множеством описательных предложений и множеством императивных предложений давно была подмечена исследователями, предпринимавшими еще в конце 40-х гг. XX в. попытки построить императивную логику

[1]Работа выполнена в рамках проекта РГНФ «Логика норм и нормативные системы» № 12-03-00196.

по аналогии с классической логикой. Для одних это замечание служило основным методологическим принципом работы[2]; другие, напротив, видели в наличии такого соответствия затруднение, препятствовавшее возникновению новой области в логике — логики императивных предложений, или императивов[3]. Последующие события показали, что отчасти неправы были представители обоих лагерей, так как и тот, и другой подходы не справлялись с возложенной на них задачей. Аналогия между существующей пропозициональной логикой и возможной логикой императивов пала под натиском множества парадоксов, которые она породила. Полноценных самостоятельных теорий, описывающих логическую форму императивных предложений и логические законы, которым они подчиняются, с помощью понятий истинностных значений, или понятий, альтернативных им, так и не возникло, а те, что появились, были подвержены парадоксам в такой же степени, как и теории, основанные на аналогии с пропозициональной логикой. Уже в 1970-е гг. почти все попытки описать хоть какое-то множество законов, в соответствии с которыми императивные предложения используются в рассуждениях, сошли на нет.

Мы склонны считать, что подобное положение дел, тот факт, что сегодня в логике императивным предложениям уделяется мало внимания, требует исправления. Причин тому несколько: во-первых, императивы составляют значительный объем того речевого материала, с которым нам приходится сталкиваться повседневно, и несправедливо то, что большинство умозаключений, использующих этот материал, так называемые практические силлогизмы, до сих пор осуществляются интуитивно и регулируются скорее этическими и социальными нормами, чем логикой; во-вторых, любой исследователь сегодня, естественно, обладает несравненно большим арсеналом подходов и техник, чем те, кто предпринимал попытки создания императивной логики уже более полувека назад. Исследованием, отчасти, руководит любопытство и, в нашем случае, это любопытство связано с вопросом о том, можно ли современными средствами, прежде всего — средствами модальной логики, заново поставить и решить вопрос о возможности существования логики императивов.

[2]Самым ярким примером здесь, пожалуй, являются Ричард Хеар и Вальтер Дубислав. Подробнее об их методологической установке в отношении императивов см. [2].

[3]Среди наиболее непримиримых критиков данной позиции Альф Росс — автор самого знаменитого парадокса, демонстрирующего неприемлемость приложения законов пропозициональной логики к области императивов.

Этот вопрос, впрочем, помимо вышеизложенного, имеет еще одно обоснование. Среди современных модальных логик нам удалось найти такую логику, которая, как мы надеемся показать, предоставляет достаточное методологическое основание для решения поставленного вопроса, в отличие от аналогии с пропозициональной логикой или понятий «удовлетворенности» и «удовлетворительности»[4]. Речь идет о stit-логике или stit-подходе, том ее варианте, что представлен в статьях 1990-х годов ученых Питтсбургского университета Нуэля Белнапа и Майкла Перлофа[5]. Разработанный ими инструмент позволяет исследователю с достаточной точностью вести речь о результатах действий агентов, анализируя на временной модельной структуре истинностные условия пропозициональных высказываний, которые находятся в области действия специальных модальных операторов. Очевидное сходство основной идеи stit-подхода и классической трактовки императивов, которые с самого начала интереса к ним, проявленного философами языка, рассматривались именно как действия, облеченные в форму предложения, и послужило основанием предположения о том, что решение многих вопросов в отношении императивов может быть найдено, если императив удастся представить средствами stit-логики.

Результаты применения stit-подхода в решении ряда «наболевших» вопросов логики действий позволяют нам высоко оценивать его методологический потенциал. Брайн Челлас уже в 1992 году, то есть еще до того момента, как в широкое употребление вошли разнообразные stit-операторы, существенным образом расширившие выразительные возможности данного подхода, называет stit-логику «привлекательной и (многое) объясняющей теорией» [4, p. 485]. Действительно, Белнапом в [5] было, например, показано, что на модельных структурах stit-логики не выполняется stit-формула, аналогичная принципу **K** логики алетических модальностей; что существует фиксируемая формальными средствами разница между действием агента α по осуществлению такого положения дел, что $\neg P$, простым отсутствием действия по осуществле-

[4]Авторство этих двух понятий, выступавших эрзацами по отношению к понятию «истинно», принадлежит А. Дж. Кенни, см. [3].

[5]Stit-логика (от “see to it that”, буквально “следить за тем (гарантировать), чтобы нечто было сделано”) — разновидность логики действий (наряду с более известным AGM-подходом и различными динамическими логиками, сформулированными на его основе: динамической эпистемической, динамической деонтической и др.), где язык классической пропозициональной логики дополнен *stit*-операторами. Формулы со *stit*-операторами отсылают к осуществлению агентом действия, результатом которого является положение дел, описываемое пропозициональной переменной.

нию P, как такового, и уклонением от осуществления P; что выполнение аналогов таких правил, как modus ponens, возможно в stit-логике только при соблюдении определенной последовательности моментов, в которых агент делает выбор из представленного набора историй, и т.п.

Мы считаем, что этот потенциал stit-подхода можно применить и в области императивов. Это тем более верно, что само содержание части проектов императивной логики с самого начала, то есть с конца 40-х годов XX века, было связано с поисками, в условиях ожидаемого отсутствия параллелизма с пропозициональной логикой, таких правил, которые бы описывали и объясняли логические переходы от одного императива к другому. Несогласованность результатов, которые дает stit-подход, с правилами пропозициональной логики и с некоторыми теоремами модальной логики, аналогичная той «непохожести» поведения императивных формул, что предполагалась частью исследователей (например Россом и Кенни) интуитивно, но не получала должного формального представления, есть то общее основание, которое мы усматриваем в stit-формулах и в императивных предложениях.

Начнем наше исследование с краткого описания языка stit-логики, на котором, по нашему предположению, мы надеемся говорить об императивных действиях.

1.1. Язык stit-логики

Язык stit-логики состоит из бесконечного счетного множества пропозициональных переменных $p_1, p_2, \ldots$, бесконечного счетного множества агентов $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \beta_1, \beta_2, \ldots$, истинностно-функциональных связок $\neg$ и $\wedge$, операторов $[\_\, astit\colon \_]$ и $[\_\, dstit\colon \_]$[6]. Правильно построенные выражения языка (формулы) задаются обычным образом. Выражения $P, Q, \ldots,$ используются в качестве метапеременных для формул. Выражения $[\alpha\ astit\colon P]$ и $[\alpha\ dstit\colon P]$ суть формулы, когда α обозначает агента, и P обозначает формулу. Истинностно-функциональные связки $\vee$, $\rightarrow$ и $\leftrightarrow$ задаются как обычно.

[6]Оператор $[\_\, astit\colon \_]$ — так называемый “achievement stit” (от англ. to achieve — выполнять, добиваться), введенный Белнапом в 1988 году и широко используемый в статьях, посвященных stit-логике, середины 90-х годов; $[\_\, dstit\colon \_]$ или “deliberative stit” (от англ. to deliberate — обдумывать, размышлять) — оператор, предложенный в 1989 году Хорти. Широкое применение в stit-логике *dstit*- получил после публикации Хорти в соавторстве с Белнапом статьи [11]. Различие данных операторов будет определено ниже семантически. Мы также будем использовать имя *stit* в качестве родового по отношению к *astit* и *dstit*.

Определение 1 (Модельная структура $\mathcal{S}$). Модельная структура $\mathcal{S}$ stit-логики задается с помощью кортежа $\langle \mathbf{T}, \leq, \mathbf{Instant}, \mathbf{Agent}, \mathbf{Choice} \rangle$.

1. $\mathbf{T}$ есть множество, элементами которого являются моменты времени $m_1, m_2, \ldots, w_1, w_2, \ldots$.

2. $\leq$ есть отношение порядка, заданное на множестве $\mathbf{T}$, такое, что для любых элементов, принадлежащих $\mathbf{T}$, выполняются отношения рефлексивности, транзитивности и антисимметричности.

3. Максимальная цепь моментов $\langle m_0, m_1, \ldots \in \mathbf{T} \rangle$ называется историей $h \in \mathbf{H}$. То есть история h есть такая последовательность моментов времени, на которой выполняются все отношения, заданные $\leq$, что для нее всегда можно указать момент, относительно которого не существует более раннего момента, а также момент, относительно которого не существует более позднего момента. Запись $m \in h$ означает, что момент m встречается в истории h. Так как множество $\mathbf{T}$ является ветвящимся «наверх» деревом, что соответствует идеи «открытого» будущего, мыслимого как множество альтернативных друг другу историй, то очевидно, что один и тот же момент m может встречаться в разных историях. Будем обозначать множество историй, каждая из которых проходит через момент m, как $\mathbf{H}_m$.

4. **Instant** есть множество элементов из $\mathbf{T}$, полученное в результате «горизонтального» разбиения $\mathbf{T}$, такого, что каждый инстант $i \in \mathbf{Instant}$ включает в себя множество моментов времени альтернативных друг другу. Например, если $i = \{m_1, m_2\}$, то в действительности с течением времени может быть реализован только один элемент из множества $i : m_1$ либо m_2.

5. **Agents** есть непустое множество агентов, элементами которого являются $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \beta_1, \beta_2, \ldots,$.

6. **Choice** есть функция, которая каждому $\alpha \in \mathbf{Agents}$ и каждому $m \in \mathbf{T}$ ставит в соответствие множество $\mathbf{Choice}(\alpha, m)$. $\mathbf{Choice}(\alpha, m)$ является разбиением множества историй $\mathbf{H}_{(m)}$, то есть оно указывает на те альтернативные друг другу множества историй, которые доступны агенту α в момент времени m.

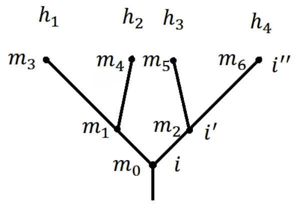

Рис. 1.

Пусть, например, модельная структура образована моментами времени $m_0, m_1, \ldots, m_6$, отношением $\leq$ и тремя инстантами $i = \{m_0\}$, $i^{'} = \{m_1, m_2\}$ и $i^{''} = \{m_3, m_4, m_5, m_6\}$, такими, что вместе они определяют четыре истории h_1, h_2, h_3 и h_4: $h_1 = \{m_0, m_1, m_3\}$, $h_2 = \{m_0, m_1, m_4\}$, $h_3 = \{m_0, m_2, m_5\}$ и $h_4 = \{m_0, m_2, m_6\}$. Тогда функция **Choice** ставит в соответствие агенту α в момент времени m_0 множество **Choice**(α, m_0), которое, в случае на рис. 1, может быть образовано набором $K_1 = \{h_1, h_2\}$ или набором $K_2 = \{h_3, h_4\}$. Каждый набор K_i есть возможный выбор для α в m_0. Очевидно, что, например, **Choice**$(\alpha, m_1) = \{h_1, h_2\}$, то есть возможным выбором для α в m_1 является каждая из историй m_1 и h_2. Договоримся называть истории h_1 и h_2 неразделенными относительно некоторого момента времени m, если найдется такой $m^{'}$, более поздний по отношению к m, что $m^{'} \in h_1$ и $m^{'} \in h_2$. В нашем примере истории h_1 и h_2 не разделены относительно момента m_0 (то же справедливо в случае с историями h_3 и h_4). Тогда верно, что между неразделенными историями невозможно сделать выбор: осуществляя выбор в момент времени m_0, агент α располагает лишь двумя альтернативами, принадлежащими множеству **Choice**(α, m_1), и, выбирая, например, первую из них — $\{h_1, h_2\}$, — он не может в этот момент времени предпочесть историю h_1 истории h_2 (и наоборот). Будем говорить, что в этом случае истории h_1 и h_2 эквивалентны относительно выбора агента α в момент времени m_0 ($h_1 =^{\alpha}_{m_0} h_2$). Если $h_1 =^{\alpha}_{m_0} h_2$ и $m_1 \in h_1$, а $m_2 \in h_2$, то будем называть моменты m_1 и m_2 эквивалентными относительно выбора агента α в момент m_0.

1.2. Свойства императива

Императивное действие обладает рядом свойств, существенно отличающих его от любого другого предложения, и описательного в особенности. Следует обратить на эти свойства внимание, так как именно их нам предстоит выразить средствами языка stit-логики.

1. Мультиагентность (биагентность) искомой императивной формулы. Императив должен выражаться такой формулой, истинность которой поставлена в зависимость от совместных действий рациональных агентов — того, кто отдает некоторое приказание, и того, кто его выполняет. Мы будем требовать от формального языка, в котором выражается императив, фиксации этого отличия агентов друг от друга — за счет положения модального оператора в соответствующей формуле, или за счет ее вида.

2. Искомая формула должна сохранять незнание агента-адресанта о конечном результате его императивного действия, что, вероятно, может быть представлено через понятие эквивалентных историй или моментов.

3. Все действия, которые описывает искомая формула, должны удовлетворять критерию акциональности, в соответствии с которым действие считается таковым только тогда, когда агент имеет возможность и совершить его, и воздержаться от его совершения. Это в полной степени соответствует «критерию К», сформулированному в [1, с. 7]. В отношении императива это требование распространяется на всех рациональных агентов. Будем считать, что агент является рациональным агентом до тех пор, пока в отношении него продолжает действовать данный критерий.

4. С помощью искомой формулы должны выражаться такие свойства императивного действия, как осуществление и выполнение. Будем понимать под осуществлением императивного действия такое его свойство, которое приобретается им как следствие наличия факта произнесения соответствующего предложения а также, факта, свидетельствующего о том, что, например, приказ отдан, просьба высказана. Под выполнением будем понимать такое свойство императива, которое приобретается им в случае, если агент-адресат выполняет назначенное ему к выполнению агентом-адресантом: приказ в этом случае исполняют, просьба удовлетворяется. На модельной структуре нужно будет учитывать, по крайней мере, три возможных исхода для императива: его неосуществление, его осуществление и невыполнение, его осуществление и выполнение.

5. К очевидным свойствам императивного предложения, которые, вероятно, не составит труда выразить, отнесем:

(a) Бикомпонентность — наличие в структуре императива описательной и модальной частей.

(b) Возможность одномоментного или последовательного осуществления императивов разными агентами.

(c) Возможность осуществления простых императивных действий, где содержание императива представлено формулой без бинарных пропозициональных связок, и осуществление сложных императивных действий, предполагающих наличие в содержании императива формул с бинарными пропозициональными связками.

Посмотрим, какие средства выражения предлагает нам stit-подход для того, чтобы записать с помощью формул императивное действие. Все наши пробы мы будем осуществлять, придерживаясь достаточно простого метода: относительно формулы-кандидата, после ряда содержательных пояснений, будет предприниматься попытка построения модели на модельной структуре $\mathcal{S}$ в соответствии с задаваемыми ниже определениями истинности для stit-формул. Условия истинности stit-формулы будут определяться исходя из значений ее пропозициональных (немодальных) подформул. Договоримся записывать эти значения непосредственно над линиями, которые обозначают истории. Stit-формулы, истинность которых является следствием данного истинностного набора пропозициональных формул, будем записывать над пунктирной чертой и над той веткой, где данная stit-формула принимает значение «истинно». Договоримся считать модель некоторой формулы построенной, если не существует противоречия между формулами, находящимися над пунктирной линией, и формулами, находящимися под ней. Также будем считать, что stit-формула не выражает закон stit-логики, если удается подобрать такой истинностный набор ее пропозициональных переменных, который дает противоречие между «нижними» и «верхними» относительно пунктирной линии формулами. Данные договоренности лежат в основе всех доказательств приемлемости или неприемлемости некоторой stit-формулы, приводимых в настоящей статье.

2. Astit- и astit-astit

В данном разделе мы покажем, что для того, чтобы выразить императивное действие, возможностей astit- и dstit-операторов оказывается достаточно. Опишем условия истинности формулы с astit-оператором.

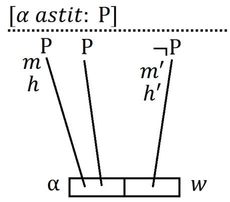

Рис. 2.

Определение 2. Истинность $[\alpha\ astit : P]$ в модели $\mathcal{M}$. Пусть модель $\mathcal{M}$ модельной структуры $\mathcal{S}$ задается двойкой $\langle \mathcal{S}, v\rangle$, где v есть функция оценки, которая ставит в соответствие каждому выражению языка stit-логики пару m/h, указывающую момент и историю, где данное выражение становится истинным. Формула $[\alpha\ astit : P]$ истинна в модели $\mathcal{M}$, относительно m/h, если выполняются следующие два условия:

1. Найдется момент времени w, предшествующий m, в котором агент α делает такой выбор, что любая из возможных историй h, заключенная в рамки данного выбора, с необходимостью повлечет истинность формулы P в m/h.

2. Найдется момент времени m', являющийся частью истории h', отсеченной выбором агента в моменте w, альтернативный для m и предшествующий w, относительно которого формула P является ложной.

Пункты 1 и 2 данного определения выполняются в модели, представленной на рис. 2, где, в отличие от рис. 1, момент w изображен так, что видно из каких множеств $K \in \mathbf{Choice}(\alpha, w)$ он состоит. В дальнейшем все моменты, в которых агент делает выбор, мы будем представлять таким же образом. Место над пунктирной линией относительно m'/h' оставлено пустым, так как данная модель допускает здесь истинность нескольких astit-формул: можно с одинаковым успехом утверждать, что в ней относительно m'/h' истинными оказываются и формула $[\alpha\ astit : \neg P]$, и формула $\neg[\alpha\ astit : P]$. Истинность $[\alpha\ astit : \neg P]$ в m'/h' вытекает из определения 2 непосредственно. Истинность $\neg[\alpha\ astit : P]$ в m'/h' устанавливается на основании ложности $[\alpha\ astit : P]$ в m'/h' ввиду наличия над этой веткой $\neg P$. В [5, p. 795–797] показано, что формулы $[\alpha\ astit : \neg P]$ и $\neg[\alpha\ astit : P]$ обладают различным смыслом: первая говорит об осуществлении действия, описываемого пропозициональной формулой $\neg P$; вторая — о воздержании

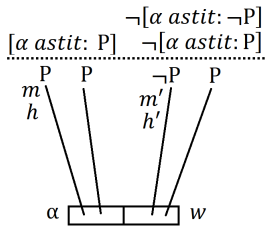

Рис. 3.

от осуществления действия P. Так как в модели на рис. 2 данные формулы неразличимы, мы оставляем это место незанятым; аналогично мы будем поступать во всех подобных ситуациях.

На рис. 3 представлена модель, позволяющая отличить формулы $[\alpha\ astit : \neg P]$ и $\neg[\alpha\ astit : P]$: последняя истинна в m'/h', в то время как первая, ввиду наличия в правой клетке выбора истории, оканчивающейся моментом, где истинна формула P, — нет. Действия, выражаемые формулой $[\alpha\ astit : P]$, как бы растянуты во времени между моментом w выбора и моментом m осуществления выбранного. И то, и другое совершается одним и тем же агентом. Осуществление действия, такого, что формула P становится истинной, гарантировано выбором в предшествующем моменте. При этом агент не знает, какая именно из возможных историй, каждая из которых принадлежит $\mathbf{Choice}(\alpha, w)$, будет реализована. (Это незнание фиксируется в модельной структуре через понятия эквивалентных моментов и историй). Всегда найдется такая альтернативная история, в которой формула P будет ложной на том основании, что в предшествующем моменте агент решил или воздержаться от действия, или сделать так, что $\neg P$. Эта возможность «отрицательного» выбора существенна: ее отсутствие уничтожает саму идею действия на основании выбора: в том случае, если во всех историях, исходящих из w, имеет место или P, или $\neg P$, формула $[\alpha\ astit : P]$ не может быть объявлена истинной в какой бы то ни было истории и относительно любого момента (см. рис. 4). Агент в этом случае перестает быть рациональным агентом, так как его выбор и действие не приводит к изменению положения дел в мире. Очевидно, что формула $[\alpha\ astit : P]$ не может быть использована в чистом виде для записи императива. Наиболее существенным препятствием в этом отношении является неизбежность истинности формулы P относительно m/h в том случае, если истинна $[\alpha\ astit : P]$ относительно m/h. Так как $[\alpha\ astit : P]$ может быть либо истинной, либо ложной, то императивное действие,

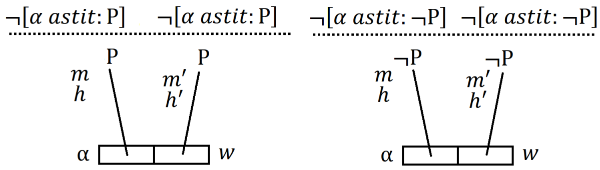

Рис. 4.

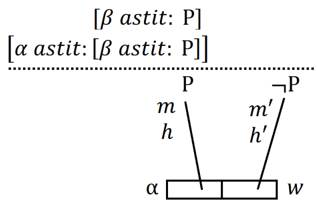

Рис. 5.

выражаемое с помощью $[\alpha\ astit : P]$, может быть либо осуществленным и выполненным, либо неосуществленным и невыполненным. Ситуацию уклонения от исполнения приказа с помощью $[\alpha\ astit : P]$ выразить не удается.

Нежелательное, в вопросе выражения в stit-подходе императивного действия, свойство одноагентности можно устранить соединяя astit-модальности в одной формуле так, что каждая такая модальность будет указывать на действие одного-единственного агента, и в зависимости от положения astit-модальности в формуле будет ясно, о каком типе агента идет речь — о том, кто отдает приказание, или о том, кто его принимает.

Рассмотрим формулу $[\alpha\ astit : [\beta\ astit : P]]$ в качестве возможной кандидатуры на роль адекватного набору свойств императивного действия способа записи императива. Сформулируем для нее условия истинности относительно m/h. Если $[\alpha\ astit : [\beta\ astit : P]]$ истинна в m/h, то должен существовать момент w, в котором агент α делает выбор — принимает решение, силами агента β сделать так, чтобы имело место P. Тогда, в некотором моменте m, следующем за w, в соответствии с п. 1 определения 2, подформула $[\beta\ astit : P]$ формулы $[\alpha\ astit : [\beta\ astit : P]]$ будет истинной. Так как $[\beta\ astit : P]$ истинна в m/h, то здесь же истинной оказывается и формула P (см. рис. 5). Выбор, сделанный агентом α в момент w, с необходимостью влечет истинность формул $[\beta\ astit : P]$ и P в m/h. Агент β — предположительно адресат императивного действия, осуществляемого агентом α, теряет свое свойство агентности: момент m не может стать для него моментом выбора относительно того, осуществлять или нет P, ведь P уже истинно в m/h, и у β, следовательно, нет возможности выполнить требование п. 2 определения 2.

Кроме того, даже в том случае, если бы нам удалось сохранить агентность β, мы, тем не менее, основывались бы на еще одном неявном, но существенном допущении, которое никак не отражено на модельной структуре — последовательном осуществлении действий агентами. В рамках классического stit-подхода агенты действуют одномоментно, причем так, что выбор каждого из них не оказывает никакого влияния на выбор другого. Это свойство зафиксировано в определении, получившем название «нечто происходит» (something happened conditions), подробнее о нем, см., например, [4, p. 494]. Очевидно, что в случае императивного действия от этого определения нужно будет отказаться.

Интересен в связи с этим предположением результат, полученный Челласом в 1992 году (см. [4, p. 503–505]). Им обосновывается истинность формулы $[\alpha\ astit : [\beta\ astit : P]] \rightarrow [\alpha\ astit : P]$, которая является записанным средствами языка stit-логики принципом права «Qui facit per alium facit per se» («Кто действует посредством другого, тот действует сам»), или просто принципом **Q**. Истинность этой формулы говорит о том, что указание на выполнение P, отдаваемое агентом α агенту β, рассматривается на модельной структуре так, как если бы оно выполнялось самим агентом α, что неприемлемо в отношении императивного действия, где не только должна быть сохранена агентность β, но и должны быть отделены друг от друга две агентности, два способа действия: осуществление императивного действия агентом-адресантом и выполнение назначенного агентом-адресатом.

Заметим также, что обоснование истинности принципа **Q**, предложенное Челласом, осуществляется через демонстрацию того факта, что для антецедента формулы, выражающей принцип, не удается найти модель, т.е. он оказывается всегда ложен.

Любопытное, на наш взгляд, решение в отношении способа записи императивного действия с помощью суперпозиции astit-операторов предложили в 1993 году Белнап и Перлоф (см. [8, p. 33]). Оно касается тех ситуаций, когда один агент не просто просит другого агента выполнить некоторое действие, но и указывает на те последствия, которые произойдут в случае невыполнения указанного. Пусть α говорит β: «Или ты выполнишь P, или, если откажешься, то наступит крайне нежелательное Q». В stit-подходе этому императивному дей-

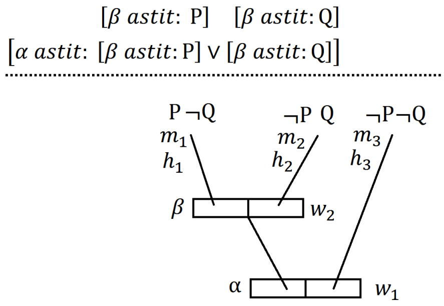

Рис. 6.

ствию может быть поставлена в соответствие следующая формула: $[\alpha\ astit : [\beta\ astit : P] \vee [\beta\ astit : Q]]$. Попытка построить модель для этой формулы дает следующий результат: см. рис. 6. Здесь агенту β удается отчасти сохранить свою агентность: ведь момент w_2 является одновременно и моментом, в котором формула $[\beta\ astit : P] \vee [\beta\ astit : Q]$ становится истинной в результате выбора, осуществленного агентом α в w_1, и моментом, в котором β может осуществить выбор между P и Q, не нарушая при этом условий истинности всей дизъюнктивной подформулы рассматриваемой формулы.

Однако условия истинности формулы с модальным astit-оператором предписывают, в соответствии с п. 2 определения 2, необходимость наличия в отношении такой формулы истории и момента, где она могла бы быть ложной. И если применительно к формуле $[\alpha\ astit : [\beta\ astit : P] \vee [\beta\ astit : Q]]$ такой момент есть, то его нет в отношении $[\beta\ astit : P] \vee [\beta\ astit : Q]$, ведь вне зависимости от того, какую из историй выберет β в момент w_2, ни в одной из них формула $[\beta\ astit : P] \vee [\beta\ astit : Q]$ не становится ложной. Именно поэтому мы и говорим лишь о частичном сохранении агентности в отношении β.

Эту «инвалидную» агентность можно было бы попытаться устранить через введение еще одного момента выбора для β, когда он сначала выбирал бы между возможностью принять альтернативу, предлагаемую ему агентом α, и возможностью ее отклонить, а затем, в случае принятия альтернативы, делал бы выбор «внутри» нее (см. рис. 7). Такую же схему, но без указанных значений модальных и немодальных формул, мы можем найти и у Белнапа и Перлофа [8, p. 34, fig. 2]. Она действительно описывает ситуацию, когда β получает возможность отказаться от предлагаемого ему выбора: ни $[\beta\ astit : P]$, ни $[\beta\ astit : Q]$ не являются истинными в m_1/h_1 и в m_2/h_2 соответственно в отноше-

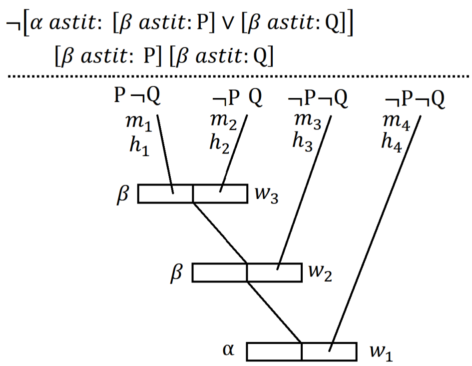

Рис. 7.

нии момента выбора w_2 для агента β, так как и в том, и в другом случае нарушается п. 1 определения 2. Момент w_2, таким образом, и является для β моментом отказа от предлагаемого выбора между P и Q, т.е. тем моментом, который отсутствовал в модели, представленной на рис. 6. Однако эта ситуация достигается за счет нарушения условия истинности для всей формулы: так как множество выборов для α в w_1 образовано парой подмножеств $K_1 = \{h_1, h_2, h_3\}$ и $K_2 = \{h_4\}$, то в том случае, если α выбирает K_1, истинность формулы, находящейся под действием первого stit-оператора, должна выполняться во всех историях, принадлежащих данному выбору, что, очевидно, не имеет места в случае с h_3.

На основании последнего замечания мы утверждаем, что ни рис. 6, ни рис. 7 (и здесь наше утверждение противоречит тому, что предлагает Перлоф) не могут служить моделями, в которых выполнялась бы формула $[\alpha\ astit : [\beta\ astit : P] \vee [\beta\ astit : Q]]$. Вероятно, модель для этой формулы нельзя построить в принципе, так как мы все время будем попадаться в ловушку, устроенную нам необходимостью, с одной стороны, выполнить условие п. 2 определения 2 для $[\beta\ astit : P] \vee [\beta\ astit : Q]$, а, с другой, — условие п. 1 определения 2 для всей формулы целиком.

3. Dstit- vs astit-

Определение 3. Истинность $[\alpha\ dstit : P]$ в $\mathcal{M}$. Формула $[\alpha\ dstit : P]$ истинна в $\mathcal{M}$ относительно m/h, если выполняются следующие два условия:

1. Агент α в момент m делает такой выбор, что формула P становится истинной в момент m относительно истории h и всех аль-

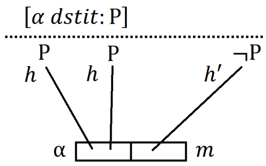

Рис. 8.

тернативных историй, проходящих через m и принадлежащих выбору α.

2. Существует история $h^{'}$, такая, что в ней, относительно m, P ложна (см. рис. 8).

В данном случае в отличие от модели для astit-формул истинность определяется уже не относительно пары моментов w и m, а только лишь относительно одного момента m. В одном и том же моменте m формула может быть и истинной, и ложной, в зависимости от того, относительно какой истории, проходящей через m, она оценивается. Заметим, что принцип работы astit-оператора фактически делает разговор об историях необязательным, так как каждая история заканчивается уникальным моментом и, следовательно, указав, что истинность некоторой формулы определяется относительного некоторого уникального момента и не сделав никакой отсылки к истории, мы не сказали бы ничего, что допускало бы различную истинностную оценку формулы. В остальном условия истинности для dstit повторяют условия истинности astit.

Что происходит, когда агент совершает действие $[\alpha\ dstit : P]$? Формула с dstit-оператором устроена так, что момент выбора и момент осуществления задуманного совпадают. Хорошо видно, что результат действия агента α — истинность P — обнаруживает себя ровно в тот самый момент, когда α решает выполнить P. Именно благодаря этому истинность $[\alpha\ dstit : P]$, установленная относительно m/h, не является необходимой истиной, в отличие от истинности $[\alpha\ astit : P]$ (ведь если бы это было так, то не выполнялся бы п. 2 определения 3)[7]. Сравнение условий истинности astit- и dstit-формул представлено на рис. 9. Квадратом обведен момент, в котором astit-формула принимает значение «истина», прямоугольником — момент и история, в которой dstit-формула принимает значение «истина». Покажем на примере некоторых логи-

[7]Подробнее об отличии astit от dstit в этом аспекте см. [11, p. 593].

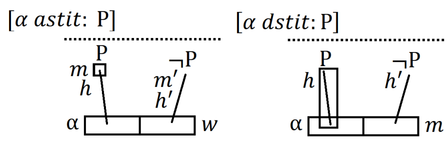

Рис. 9.

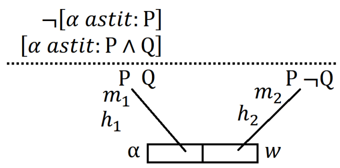

Рис. 10.

ческих принципов, как работают astit- и dstit-операторы в сравнении друг с другом. Их действие идентично, например, в случае принципа **M**: $[\alpha\ stit : P \wedge Q] \rightarrow [\alpha\ stit : P] \wedge [\alpha\ stit : Q]$, так как оба они позволяют построить такие модели, где будут истинны формулы $[\alpha\ stit : P \wedge Q]$ и $\neg[\alpha\ stit : P]$, или $[\alpha stit : P \wedge Q]$ и $\neg[\alpha stit : Q]$, что означает, что принцип **M** не подтверждается ни в отношении astit-, ни в отношении dstit-оператора.

В модели, представленной на рис. 10, формула $[\alpha\ astit : P \wedge Q]$ истинна относительно m_1/h_1. Вместе с тем, относительно m_1/h_1 ложной оказывается формула $[\alpha\ astit : P]$, так как формула P имеет место и в m_1/h_1, и в m_2/h_2. Набор значений для формул P и Q в m_2/h_2, наличие которого выполняет требования п. 2 определения 2 для формулы $[\alpha\ astit : P \wedge Q]$, не удовлетворяет требованию того же пункта того же определения в отношении формулы $[\alpha\ astit : P]$. Модель, демонстрирующая невыполнение принципа **M** в отношении dstit-формул, строится и обосновывается аналогично (см. рис. 11). В отношении принципа **SMP** (stit modus ponens) $[\alpha\ stit : P \rightarrow Q] \wedge [\alpha\ stit : P] \rightarrow [\alpha\ stit : Q]$ astit- и

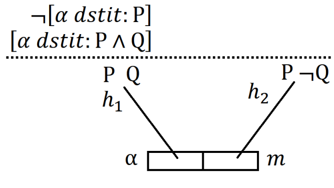

Рис. 11.

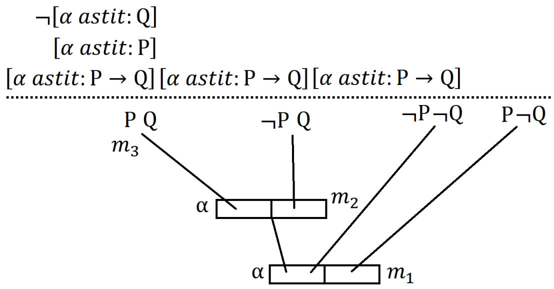

Рис. 12.

dstit-оператор ведут себя по-разному, исходя из чего можно ясно различить содержательные следствия тех формальных свойств, которыми они обладают.

Покажем некорректность принципа **SMP** в отношении astit-. Пусть формула $P \to Q$ истинна в m_3 на основании того выбора, который делает агент α в m_1 (см. рис. 12).

Тогда, множество историй, проходящих через m_1, разделяется на группы: $K_1 = \{h_1, h_2, h_3\}$ и $K_2 = \{h_4\}$, где в выборе K_1 оказываются все истории, в которых $P \to Q$ истинна (и таких историй, очевидно, три), а в K_1 — все истории, в которых $P \to Q$ ложна. После того, как α сделал выбор в m_1, он выбирает между P и $\neg P$. По условию, он выбирает P, и это действие он осуществляет в моменте $m_2 > m_1$. Таким образом, в m_3 α получает, во-первых, P, на основании выбора, осуществленного в m_2, и, во-вторых, как мы уже сказали, — $P \to Q$, на основании выбора, осуществленного им в m_1. Легко убедиться в том, что для P и $P \to Q$ в отношении m_3 выполняются оба пункта определения 2. Однако формула Q не является истинной в m_3, так как в m_2 α не может выбрать $\neg Q$, что означает, что в отношении Q он теряет свое свойство агентности, и Q наступает как бы само по себе. Агент α не реализует Q непосредственно, на основании сознательного выбора, предшествующего моменту осуществления действия. Фактически α лишается какого бы то ни было выбора в отношении Q, и происходит это из-за того, что между выбором в m_1 и реализацией выбранного в m_3 существует временной разрыв, в котором помещается действие по выбору P в m_2, что, в конце концов, и лишает α возможности выбрать Q.

Действия, описываемые dstit-формулой, реализуются мгновенно, благодаря чему за агентом α сохраняется возможность выбрать Q самостоятельно, а не иметь ее выполненной в результате логической необходимости.

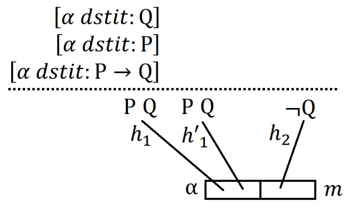

Рис. 13.

Белнап в [11, p. 599] предлагает следующую модель, на которой выполняются формулы $[\alpha\ dstit : P \to Q]$, $[\alpha\ dstit : P]$ и $[\alpha\ dstit : Q]$ (см. рис. 13). Пусть в m/h_1 истинны $[\alpha\ dstit : P \to Q]$ и $[\alpha\ dstit : P]$. Тогда, в соответствии с п. 1 определения 3, должна существовать (альтернативная по отношению к h_1) история h_1', принадлежащая множеству **Choice**(α, m), такая, что в ней истинными оказываются формулы $P \to Q$ и P. Следовательно, на основании правила modus ponens классической логики, в h_1' имеет место также и Q. Это, в свою очередь, должно означать, что Q имеет место также и во всех прочих историях, принадлежащих **Choice**(α, m) и, в частности, в истории h_1. Значит, в h_1 истинна $[\alpha\ dstit : Q]$, так как относительно этой формулы выполняется требование п. 1 определения 3. Требование п. 2 определения 3 также выполняется для $[\alpha\ dstit : Q]$, так как в истории h_2 присутствует формула $\neg Q$.

Заметим, что Белнап ничего не говорит о выполнении п. 2 определения 3 в отношении формулы $[\alpha\ dstit : P]$, истинной в m/h_1. Если предположить, что п. 2 данного определения выполняет формула $\neg P$, истинная в m/h_2, то это нарушит условия истинности для $[\alpha\ dstit : P \to Q]$ в m/h_1. Модель, предложенная Белнапом, является неполной. Однако эту неполноту можно устранить, если например допустить, что множество **Choice**(α, m) образовано не парой элементов $K_1 = \{h_1, h_1'\}$ и $K_2 = \{h_2\}$, а тройкой, в которой наряду с K_1 и K_2 присутствует также и $K_3 = \{h_3\}$, где h_3 есть такая история, в которой истинной оказывается формула $\neg P$. Данное предположение позволяет сохранить условия истинности в модели относительно m/h_1 и для $[\alpha\ dstit : P]$, и для $[\alpha\ dstit : P \to Q]$.

4. Dstit-astit- и astit-dstit-

Astit- и dstit- операторы выражают разные действия разных агентов. Формула $[\alpha\ astit : P]$ указывает на то, что агент α совершает на самом деле не одно, а два действия: сначала он делает выбор в моменте

w, а затем реализует выбранную историю в моменте m, поступая так, что формула, описывающая выбранное им положение дел, становится истинной. Напротив, формула $[\alpha\ dstit : P]$ говорит о том, что агент α совершает некоторое действие мгновенно, и в моменте m фиксируется только результат реализации выбранной им истории. Это различие имеет следствия как чисто формальные, накладывающие существенные ограничения на выразительные возможности языка, так и содержательные, позволяющие нам сделать одно важное предположение, непосредственно касающееся способа представления императива в stit-подходе.

Технически введение dstit- оборачивается потерей какого бы то ни было динамического аспекта в формальном языке. Его призрак еще был заметен, когда мы имели дело с astit-оператором: хотя в языке stit-логики и нельзя было описать само действие как таковое, выразительных возможностей хватало на то, чтобы говорить о действии-выборе и действии-реализации выбранной истории. Динамика обнаруживала себя в переходе агента от момента-выбора к моменту-осуществлению выбранного. В dstit-формулах такого перехода нет, а свое значение подформула astit-формулы, описывающая действие агента, получает мгновенно. Мы уже видели, как это свойство dstit-оператора сказывается на таких важных логических принципах, как принципы **M** и **SMP**. Однако не теряет ли dstit-формула, выражающая принцип **SMP**, слишком много для того, чтобы считаться формулой, описывающей действие? Одномоментное осуществление некоторого множества посылок, полное отсутствие возможности описывать взаимодействие агентов свидетельствуют о том, что «чистый» dstit- едва ли пригоден для записи императива.

Содержательные следствия сравнения astit- и dstit- убеждают нас в том, что последний оператор, конечно же, не является полностью бесполезным формальным инструментом, не годящимся для анализа императивов. По крайне мере в одном отношении dstit- мог бы сослужить нам хорошую службу. Дело в том, что использование dstit- в соединении с astit- могло бы позволить сохранить агентность исполнителя. Действительно, одним из свойств astit- является то, что пропозициональные формулы, входящие в его область действия, становятся истинными во всех историях и моментах, следующих за моментом выбора для агента из формулы astit-. И это же свойство, как мы видели, распространяется и на модальные подформулы astit-формул. Напротив, dstit-формула работает так, что ее подформула, в соответствии с определением 3, не должна быть необходимо истинной: dstit-агент в том самом моменте, где

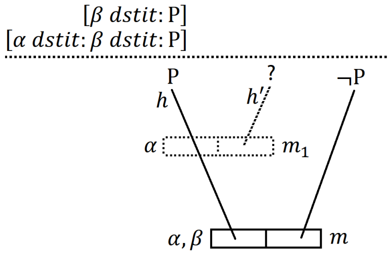

Рис. 14.

dstit-формула объявляется истинной, обладает возможностью выбрать отрицание подформулы dstit-формулы, не нарушая при этом условий истинности для dstit-. И именно этого свойства, в момент m, лишен astit-агент.

Данное различие Белнап предлагает фиксировать следующими формулами: $[\alpha\ astit : P] \to \Box P$ и $[\alpha\ dstit : P] \to \neg\Box P$. (см. [11, p. 593]). Таким образом, вероятность использования dstit-оператора для выражения императивного действия сопряжена с положительным моментом сохранения агентности для возможных dstit-подформул astit-формул. В этом свойстве dstit-подформула в большей степени походит на императивное предложение, чем astit-формула, в отношении которой также должны выполняться некоторые постулаты, утверждающие свободу выбора агента. Негативное следствие в отношении dstit- заключается в том, что формулы с этим оператором не описывают взаимодействие агентов, так как для любой формулы, где в области действия dstit-оператора оказывается другой stit-оператор, построение модели чрезвычайно затруднено. Связано это с тем, что некоторые из определений модельной структуры $\mathcal{S}$ перестают выполняться.

Так, например, если бы существовала модель для формулы $[\alpha\ dstit : [\beta\ dstit : P]]$, в которой она была бы истинна относительно m/h, то это означало бы, что, относительно той же пары момент/история, истинной должна быть формула $[\beta\ dstit : P]$ (см. рис. 14). Это в свою очередь влечет следствие, согласно которому истинная относительно m/h формула $[\beta\ dstit : P]$ дает истинную формулу P, — и снова в том же самом моменте, и в той же самой истории. Истинность P в m/h говорит нам о том, что агент β поступил в m так, что его действия гарантировали истинность P. Однако моменты действия агентов α и β не могут совпадать. Эти моменты должны быть разнесены во времени, если формула $[\alpha\ dstit : [\beta\ dstit : P]]$ действительно выражает императивное действие — например, приказ, который сначала отдается, и только после этого выполняется. Следовательно, мы вынуждены предположить наличие внутри истории h еще одного момента m_1, такого, что $m < m_1$ и $\mathbf{Choice}(\alpha, m_1) = \{h, h'\}$, где h' означает альтернативную для β историю, выбрав которую он реализует свое право dstit-агента, заданное п. 2 определения 2. Но в таком случае история h перестает быть историей исходя из п. 3 определения 1, ведь она больше не является максимальной цепью. Предположив наличие модели у формулы $[\alpha\ dstit : [\beta\ dstit : P]]$, мы столкнулись с ограничениями на введение подобных формул, основанных на определениях модельной структуры[8].

Аналогично складывается ситуация и в отношении формулы $[\alpha\ dstit : [\beta\ astit : P]]$, где структура формулы, требующая наличие пары моментов, также оказывается несовместимой с п. 3 определения 1. Но совершенно по-другому ведет себя формула $[\alpha\ astit : [\beta\ dstit : P]]$.

Здесь необходимо еще раз напомнить о той роли, которую играют истории в определении истинности astit- и dstit-формул. Выше мы уже упоминали о том, что отсылка к истории в случае определения условий истинности astit-формул является излишней, а потому и необязательной — разночтений в том случае, если мы не сошлемся на конкретную историю, в которой истинна astit-формула, не возникает. Подтверждение этому можно найти в статье [11, p. 593]: "Несмотря на то, что индекс, относительно которого оценивается *astit*-формула, содержит момент и историю, история упоминается в нем только для удобства и в целях соблюдения семантического единообразия. Истории бесполезны в семантических определениях (для *astit*-)"[9]. Это действительно так, однако противоречия могут иметь место там, где мы ссылаемся на историю, относительно которой определяется истинность такой astit-формулы, которая имеет в качестве подформулы dstit-. И ситуация с формулой $[\alpha\ astit : [\beta\ dstit : P]]$ как раз одна из таких.

---

[8]Заметим, что определение истории, с нашей точки зрения, само по себе, вне зависимости от стремления использовать stit-подход для выражения императивов, нуждается в корректировке: ведь под историей понимается последовательность моментов во времени, однако в отношении моделей dstit-формул все ограничивается одним-единственным моментом m. Это существенное ограничение, затрудняющее построение модели для dstit-формул, имеющих отношение к нескольким агентам, вероятно, нужно будет снимать и в том случае, если мы хотим работать со сложными формулами, пусть и не имеющими отношения к нескольким агентам, но все же начинающимися с dstit-оператора, или имеющими dstit- где-то «в середине».

[9]"Для *astit-*" добавлено в конце предложения для ясности (Пер. мой — *Г.К.*).

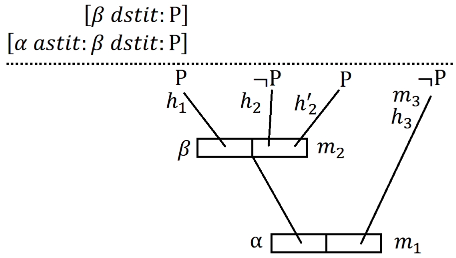

Рис. 15.

Осуществляя до настоящего времени привычную ссылку на момент и историю, предположим, что эта формула истинна относительно m_2/h_1, см. рис. 15. Тогда для агента α должен найтись такой момент m_1, предшествующий m_2, когда он принял решение о том, что формула $[\beta\ dstit : P]$ истинна в m_2/h_1 (в соответствии с п. 1 определения 2). Решение действовать так, чтобы формула $[\beta\ dstit : P]$ была истинной в m_2, принятое α в m_1, условно может быть интерпретировано как решение об осуществлении императивного действия: агент α делает так, что агент β оказывается в таких условиях, где он должен выбирать между осуществлением P и отказом от осуществления P. При этом формула P отождествляется с желаемым исходом для α, с тем положением дел, реализации которого он ожидает от β. Благодаря действию агента α, осуществленному в моменте m_1, перед агентом β в моменте m_2 открывается выбор между осуществлением P и воздержанием от осуществления P. Заметим, что само наличие этого выбора еще не делает формулу $[\alpha\ astit : [\beta\ dstit : P]]$ ложной. Напротив, альтернатива $\neg P$ в m_2/h_2 не только не противоречит истинности $[\beta\ dstit : P]$ в m_2/h_1 (а значит и истинности $[\alpha\ astit : [\beta\ dstit : P]]$ там же) — она необходима и для того, чтобы $[\beta\ dstit : P]$ была истинной в m_2/h_1, так как через это реализуется п. 2 определения 3, и для того, чтобы $[\alpha\ astit : [\beta\ dstit : P]]$ была истинной в m_2/h_1, так как это говорит о соблюдении требований п. 2 определения 2. Если бы такой альтернативы у β не было, если бы не было истории h_2, или если бы в h_2 имела место формула P, то $[\beta\ dstit : P]$, как результат предпринятого ранее действия агента α, не могла бы быть истинной в m_2/h_1, так как в этом случае агент β не принимал бы решения о том, как ему поступить, а агент α отдавал бы «вырожденное» указание, типа «Подчиняйся закону всемирного тяготения!».

Таким образом, с помощью формулы $[\alpha\ astit : [\beta\ dstit : P]]$, истинной в m_2/h_1, выражается императивное действие, в котором α отдает некоторое недифференцированное указание, а β его выполняет. То, что α отдает указание на выполнение именно P, следует, естественно, из самой рассмотренной формулы; то, что β реализует P, следует из того, что истинность формулы $[\alpha\ astit : [\beta\ dstit : P]]$ задается относительно m_2/h_1, т.е. тех истории и момента, где формула P оказывается истинной.

Но зададимся вопросом о том, может ли формула $[\alpha\ astit : [\beta\ dstit : P]]$ оставаться истинной в том случае, когда агент β выбирает $\neg P$? Утвердительный ответ на этот вопрос будет означать, что данная формула выражает осуществленное императивное действие агента α, связанное с побуждением агента β к реализации некоторого действия P, запрошенного агентом α, исход которого неизвестен и определяется либо отсылкой к истории, где формула P истинна, либо отсылкой к истории, где формула $\neg P$ истинна. Отрицательный ответ на вопрос покажет, что на самом деле под видом $[\alpha\ astit : [\beta\ dstit : P]]$ нам приходится иметь дело с не до конца корректным представлением императива, так как в этом случае, несмотря на то, что модельная структура сохраняет за агентом β возможность выбрать $\neg P$ в m/h_2 и тем самым отказаться от выполнения того действия, к которому принуждает его агент α, — эта возможность, в случае ее реализации, делает astit-формулу агента α ложной, что равносильно неосуществлению императивного действия. И здесь упомянутая выше необязательная отсылка к истории в случае с astit-формулой играет решающую роль, так как мы действительно получаем этот отрицательный ответ, когда оцениваем истинность формулы $[\alpha\ astit : [\beta\ dstit : P]]$ относительно момента u истории.

В самом деле, если формула $[\alpha\ astit : [\beta\ dstit : P]]$ претендует на то, чтобы служить корректным выражением императивного действия, то она, даже в том случае, если агент α предпочтет воздержаться от осуществления действия P, не должна становиться ложной ни в одной из возможных историй, примыкающих к моменту m_2, ведь в таком случае это означало бы то, что приказ вообще не был осуществлен — формулу $\neg[\alpha\ astit : [\beta\ dstit : P]]$ следует понимать именно так. Если же предположить, что, несмотря на выбор истории h_2 агентом β в моменте m_2, формула $[\alpha\ astit : [\beta\ dstit : P]]$ остается истинной относительно m_2/h_2, то это будет противоречить п. 1 определения 2. Действительно, $\neg P$ в m_2/h_2 дает, в модели на рис. 15, формулу $\neg[\beta\ dstit : P]$ в m_2/h_2, которая, в свою очередь, влечет формулу $\neg[\alpha\ astit : [\beta\ dstit : P]]$ в m_2/h_2, что

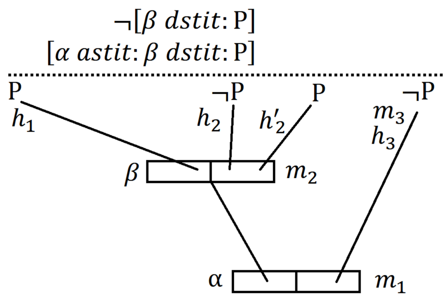

Рис. 16.

противоречит начальному допущению о выборе агента β и сохранении при этом значения astit-формулы, выражающей приказ (см. рис. 16). Однако если задавать истинность формулы $[\alpha\ astit : [\beta\ dstit : P]]$ только на основании ее соотнесения с моментом m_2, то противоречие между ее значением и выбором агентом β формулы $\neg P$ в m_2/h_2 тем самым удается снять.

Предположим, что α осуществляет императивное действие, выраженное формулой $[\alpha\ astit : [\beta\ dstit : P]]$, истинной относительно момента m_2. Тогда dstit-подформула $[\beta\ dstit : P]$ astit-формулы в соответствии с п. 1 определения 2 также истинна в m_2, при том, что это значение в моменте m_2 данная формула будет сохранять вне зависимости от того, как поступит β — реализует он P или нет. Если β выполнит указание α, то тем самым формула $[\beta\ dstit : P]$ как dstit-формула станет истинной в m_2 и относительно истории h_1; если β не выполнит указание α, то формула $[\beta\ dstit : P]$ как dstit-формула станет ложной относительно момента m_2 и истории h_2, но не относительно m_2.

Таким образом, формула $[\alpha\ astit : [\beta\ dstit : P]]$, истинность которой задается относительно момента m, не выражает «обреченный на успешность» императив, как это происходит в случае с формулой $[\alpha\ astit : [\beta\ dstit : P]]$, истинность которой задается относительно момента m и истории h, — она представляет собой, на наш взгляд, корректное отображение в формальном языке ситуации осуществляемого указания, которое может быть исполнено или не исполнено.

Это подтверждается в том числе и следующими соображениями. Как мы указывали ранее, следуя Белнапу, верно, что если имеет место astit-формула, то любая ее подформула необходимо истинна: $[\alpha\ astit : P] \to \Box P$. Тогда $[\alpha\ astit : [\beta\ dstit : P]]$ влечет $\Box[\beta\ dstit : P]$. Вместе с тем также верно, что dstit-оператор не дает в качестве своего следствия необходимую истинность своих подформул: $[\alpha\ dstit : P] \to \neg\Box P$. Тогда $\Box[\beta\ dstit : P]$ влечет формулу $\Box\neg\Box P$, которая равносильна формуле $\Diamond P$. Таким образом, $[\alpha\ astit : [\beta\ dstit : P]]$ гипотетически дает $\Diamond P$, что означает, что осуществление указания к исполнению P предполагает лишь возможность такого положения дел, что P, и даже отсутствие P, после того как указание было выполнено, не отрицает $[\alpha\ astit : [\beta\ dstit : P]]$, т.е. не отрицает того факта, что это указание было осуществлено[10].

Еще раз отметим, что истинность формулы $[\alpha\ astit : [\beta\ dstit : P]]$, как и любой другой astit-формулы, имеющей в качестве подформулы dstit-формулу, устанавливается только относительно момента m, в данном случае — относительно m_2. Будем считать ошибкой всякую попытку определить истинность этой формулы в отношении момента m_2 и некоторой истории h_1 или h_2 на том основании, что данные истории являются эквивалентными для агента α в моменте $m_1 : h_1 =^{\alpha}_{m_1} h_2$. (Это же замечание справедливо и применительно к другим astit-формулам, где в качестве подформул фигурируют dstit-формулы). Так как в отношении эквивалентных историй h_1 и h_2 агент α не может сделать выбор, то он, начиная с этого момента, перестает нести ответственность за истинность подформул astit-формулы, выражающей императивное действие, которая, будучи истинной, выражает осуществленный, но неизвестно, выполненный или нет, приказ.

Напротив, определение истинности dstit-подформулы осуществляется посредством соотнесения ее с моментом и историей, что сообразуется, во-первых, с определением 3, и, во-вторых, с тем, что истории h_1 и h_2 не являются эквивалентными для агента β в моменте $m_2 : h_1 \neq^{\beta}_{m_2} h_2$. То, что подформула $[\beta\ dstit : P]$ истинна в m_2/h_1, свидетельствует о том, что β выполнил приказ α; истинность $\neg[\beta\ dstit : P]$ в m_2/h_2 (ложность $[\beta\ dstit : P]$ в m_2/h_2) говорит о том, что β отказался от выполнения приказа. Определение истинности для $[\beta\ dstit : P]$ на основании ее соотнесения только с моментом m_2 является следствием п. 1 определения 2, когда $[\beta\ dstit : P]$ рассматривается как подформула astit-

[10] То, что промежуточным звеном этого рассуждения выступает формула $\Box[\beta\ dstit : P]$, видится нам естественным, несмотря на то что у классиков stit-подхода можно встретить такие формулы, как $\Diamond[\alpha\ dstit : P]$ [10, p. 25] и $\neg\Box[\alpha\ dstit : P]$ [11, p. 593], претендующие на то, что с их помощью выражается существенное логическое свойство dstit-оператора. Формула $\Box[\beta\ dstit : P]$ указывает на то, что агент β поставлен перед необходимостью принять решение о P. После получения указания он вынужден принимать решение: действовать или воздержаться от действия. Какое-то решение должно быть принято, — и это единственная необходимость, о которой говорит формула $\Box[\beta\ dstit : P]$.

формулы и описывает ситуацию необходимости сделать выбор для β. Определение истинности для $[\beta\ dstit : P]$ на основании ее соотнесения с моментом m_2 и историями h_1 или h_2 является следствием п. 1 определения 3, когда $[\beta\ dstit : P]$ рассматривается как формула, описывающая действие, осуществленное β, или отсутствие действия со стороны β.

5. Заключительные замечания

На основании вышеизложенного мы считаем формулу $[\alpha\ astit : [\beta\ dstit : P]$ наиболее корректным способом записи императивного действия в stit-подходе. С ее помощью в модели $\mathcal{M}$ удается отразить такие свойства императива, как биагентность, которая предполагает выполнение аналога «критерия К» в отношении всех агентов, участвующих в императивном действии, незнание агента-адресата о конечном результате осуществляемого им императива и свойства «быть осуществленным» и «быть выполненным».

Stit-подход, примененный к императивам, позволяет заново ставить и решать вопросы, возникающие всякий раз, когда логическое исследование императивов начинает вестись с оглядкой на аналогию с классической логикой или логикой алетических модальностей. Источником парадокса Росса, о котором мы упоминали во введении, является, вероятно, убеждение, что в отношении императивов как модальных высказываний должно выполняться правило аналогичное правилу **DR1** алетической модальной логики: $\vdash P \to Q$ влечет $\vdash \Box P \to \Box Q$. В отношении stit-формул, в том числе тех, что выражают императивы, это означает справедливость следующего утверждения: если $P \to Q$ является законом классической логики высказываний, то $[\alpha\ stit : P] \to [\alpha\ stit : Q]$ является законом stit-логики. Однако нетрудно построить модель, опровергающую истинность $[\alpha\ stit : P] \to [\alpha\ stit : Q]$ при том что $P \to Q$ в данной модели будет истинна. Заметим также, что доказательство самого правила **DR1** основывается на принципе **K**, аналога которому нет в stit-логике, так как неверно, что $[\alpha\ stit : P \to Q]$ влечет $[\alpha\ stit : P]$ и $[\alpha\ stit : Q]$. В свете сказанного нет необходимости демонстрировать неприемлемость формулы $[\alpha\ astit : [\beta\ dstit : P]] \to [\alpha\ astit : [\beta\ dstit : P \vee Q]]$, выражающей в stit-подходе парадокс Росса и являющейся, конечно же, правилом введения дизъюнкции классической логики высказываний, снабженным stit-операторами. Мы предлагаем интересующемуся читателю самостоятельно построить модель, в которой был бы истинен антецедент данной формулы и ложен ее консеквент. Формула $[\alpha\ astit : [\beta\ dstit : P]]$, вместе с условиями ее истинности в модели $\mathcal{M}$, выражает описательную гипотезу о функционировании императивного действия. Настоящим исследованием обосновывается отсутствие в этой гипотезе внутренних противоречий. Stit-подход, предоставивший методологические, инструментальные принципы для изучения императивов, тем самым позволил заложить основание для содержательной stit-теории императивных действий. Дальнейшее исследование в этом направлении, очевидно, должно ставить перед собой задачу превращения этой содержательной теории в теорию формализованную, подобно тому, как это произошло в случае с «чистой» stit-логикой, когда сначала в 1998, а затем в 2008 году (см. [13] и [12]) были получены аксиоматические системы для dstit-предложений. Мы надеемся, что подобный путь удастся пройти и stit-логике для императивов.

Литература

[1] *Блинов А.Л., Петров В.В.* Элементы логики действий. М.: Наука, 1991. 232 с.

[2] *Карпов Г.В.* Правила вывода в императивной логике // Логико-философские штудии. 2013. Вып. 11. № 2. С. 5–18.

[3] *Kenny A. J.* Practical Inference // Analysis. 1966. Vol. 26. № 3. P. 65–75.

[4] *Chellas B. F.* Time and Modality in the Logic of Agency // Studia Logica. 1992. Vol. 51. № 3/4. P. 485–517.

[5] *Belnap N.* Backwards and Forwards in the Modal Logic of Agency // Philosophy and Phenomenological Research. 1991. Vol. 51. № 4. P. 777–807.

[6] *Belnap N.* Before Refraining: Concepts for Agency // Erkenntnis. 1991. Vol. 34. № 2. P. 137–169.

[7] *Belnap N., Perloff M.* The Way of the Agent // Studia Logica. 1992. Vol. 51. № 3/4. P. 463–484.

[8] *Belnap N., Perloff M.* In the Realm of Agents// Annals of Mathematics and Artificial Intelligence 9. 1993. P. 25–48.

[9] *Horty J. F.* An alternative stit operator. Maryland: Manuscript, 1989.

[10] *Horty J. F.* Agency and Deontic Logic. Oxford, 2001. 208 p.

[11] *Horty J. F., Belnap N.* The Deliberative Stit: A Study of Action, Omission, Ability, and Obligation // Journal of Philosophical Logic. 1995. Vol. 24. № 6. P. 583–644.

[12] *Balbiani P., Herzig A., Troquard N.* Alternative axiomatics and complexity of deliberative stit theories // Journal of Philosophical Logic. 2008. Vol. 37. № 4. P. 387–406.

[13] *Xu M.* Axioms for Deliberative Stit // Journal of Philosophical Logic. 1998. Vol. 27. № 5. P. 505–552.

G.V. Karpov

Stit-logic for Imperatives

Karpov Gleb Victorovich
Department of Logic, Institute of Philosophy,
Saint-Petersburg State University.
5 Mendeleevskaya Liniya, St. Petersburg, 199034, Russian Federation.
E-mail: glebsight@gmail.com

In this paper the possibility of interpreting imperatives as sentences that are used by rational agents to impel or motivate other rational agents to act in a desired way investigates by the author. We claim that such impelling strategies, that ground practical reasoning, can be pictured formally by means of stit-logic. We introduce the basic semantical ideas of stit-logic and discuss the most acceptable way of formal representation of imperative and its corresponding impelling effect. Special attention is paid to embedded stit-formulas. We demonstrate that such formulas cannot serve as an appropriate way of imperative formalization since an agent-addressee lacks the possibility of choice, and the agent-sender becomes "omnipotent" about the future course of agent-addressee's action. We show that this unwanted situation can be eliminated, and basic imperative properties can still be expressed with embedded stit-formulas, if different kinds of indexes are used in semantic definitions for different kind of stit-operators. Finally we put an assertion that using such formulas, evaluated with respect to different kind of indexes, leaves no room for usual paradoxes of imperative logic.

Keywords: stit-logic, imperative, logic if imperatives, logic of action

References

[1] Blinov, A.L., Petrov, V.V. *Elementy logiki deistvii.* M.: Nauka, 1991. 232 pp. (In Russian)

[2] Karpov, V.G. "Pravila vyvoda v imperativnoi logike", *Logiko-filosofskie shtudii*, 2013, vol.11. no 2, pp. 5–18. (In Russian)

[3] Kenny, A. J. "Practical Inference", *Analysis*, 1966, vol. 26, no 3, pp. 65–75.

[4] Chellas, B. F. "Time and Modality in the Logic of Agency", *Studia Logica*, 1992, vol. 51, no 3/4, pp. 485–517.

[5] Belnap, N. "Backwards and Forwards in the Modal Logic of Agency", *Philosophy and Phenomenological Research*, 1991, vol. 51, no 4, pp. 777–807.

[6] Belnap, N. "Before Refraining: Concepts for Agency", *Erkenntnis*, 1991, vol. 34, no 2, pp. 137–169.

[7] Belnap, N., Perloff, M. "The Way of the Agent", *Studia Logica*, 1992, vol. 51, no 3/4, pp. 463–484.

[8] Belnap, N., Perloff, M. "In the Realm of Agents", *Annals of Mathematics and Artificial Intelligence 9*, 1993, pp. 25–48.

[9] Horty, J. F. *An alternative stit operator*. Maryland: Manuscript, 1989.

[10] Horty, J. F. *Agency and Deontic Logic*. Oxford, 2001. 208 pp.

[11] Horty, J. F., Belnap, N. "The Deliberative Stit: A Study of Action, Omission, Ability, and Obligation", *Journal of Philosophical Logic*, 1995, vol. 24, no 6, pp. 583–644.

[12] Balbiani, P., Herzig, A., Troquard, N. "Alternative axiomatics and complexity of deliberative stit theories", *Journal of Philosophical Logic*, 2008, vol. 37, no 4, pp. 387–406.

[13] Xu, M. "Axioms for Deliberative Stit", *Journal of Philosophical Logic*, 1998, vol. 27, no 5, pp. 505–552.

Логические исследования
2015. Т. 21. № 2. С. 107–133
УДК 16

Logical Investigations
2015, vol. 21, no 2, pp. 107–133

А.М. Павлова[1]

Истинность в диалоговой логике и теоретико-игровой семантике (GTS)[2]

Павлова Александра Михайловна
Кафедра логики, Институт философии,
Санкт-Петербургский государственный университет.
199034, Российская Федерация, Санкт-Петербург, Менделеевская линия, д. 5.
E-mail: `alexandra22@mail.ru`

В данной статье рассматривается истинность в том виде, в котором она задается в диалоговой логике Пауля Лоренцена и Куно Лоренца и в теоретико-игровой семантике (GTS), предложенной Яакко Хинтиккой и разрабатываемой Габриелем Санду. В ходе рассмотрения выявляются и сравниваются основные характеристики семантических концепций, присущих теоретико-игровому подходу (GTS) и диалоговой логике. Таким образом, в статье рассматриваются две концепции истинности, а именно: истинность в теоретико игровой семантике (GTS) и в диалоговой логике. Истинность формулы в обоих подходах определяется как наличие выигрышной стратегии для игрока, отстаивающего данную формулу. Связь между ними заключается в возможности преобразования выигрышной стратегии для игроков в рамках одной системы в выигрышную стратегию для соответствующих игроков в другой посредством строго определенного и конечного алгоритма. Результат данного сравнения позволяет получить определенное представление об отношении между теоретико-модельным подходом и подходом в рамках теории доказательства.

Ключевые слова: диалоговая логика, теоретико-игровая семантика, истинность, интуиционистский диалог с гипотезами, истинность на модели, валидность

Введение

На протяжении всей истории философии многие мыслители обращались к понятию истины. В связи с этим на сегодняшний момент можно выделить несколько различных подходов к этому понятию. Одно из самых древних определений истинности принадлежит Аристотелю[3]: «Говорить о существующем, что его нет, или говорить о несуществующем, что оно есть, — [значит говорить] ложь, а говорить, что существующее есть, а несуществующего нет, — значит говорить истинное» [1].

[1]Автор выражает благодарность анонимному рецензенту за полезные замечания и рекомендации.
[2]Статья написана при поддержке гранта РГНФ № 14-03-00650.
[3]В VII главе книги IV «Метафизики».

С развитием символической логики и в особенности логической семантики встал вопрос о том, каким образом мы определяем истинность в рамках той или иной теории. Наиболее распространенная интерпретация того, что же такое быть «истинным», принадлежит А. Тарскому (S истинно $\leftrightarrow$ s), который также вводит соответствующий предикат в рамках метатеории. Посредством этого определения истины Тарский ввел теоретико-модельное построение семантики, ставшее к настоящему моменту классическим. Однако с развитием неклассических логик появился целый ряд систем, предлагающих игровой подход в качестве альтернативного построения логики: как ее синтаксиса, так и семантики.

В настоящее время довольно значительное место среди различных типов логических систем занимает игровой подход к логике. В рамках данного подхода предполагается определенное взаимодействие игроков для достижения той или иной цели. В связи с этим встает вопрос о том, каким образом мы можем определить истинность в различных системах подобного рода. Основная задача данной статьи заключается в попытке проанализировать понятие истинности в логиках, использующих игровой подход, с целью выяснения общих свойств и различий при подходе к истинности с точки зрения игр.

В связи с бурным развитием данного подхода во второй половине XX века на сегодняшний момент существует много различных систем, в той или иной мере его использующих, однако в нашем рассмотрении мы остановимся лишь на двух теориях, получивших наибольшее распространение: на диалоговой логике Пауля Лоренцена [18] и Куно Лоренца [19] и на теоретико-игровой семантике (GTS), предложенной Яакко Хинтикой [12] и разрабатываемой Габриелем Санду [14]. Несмотря на то, что эти подходы берут в качестве своего основания идею игры, тем не менее по своим целям и задачам они сильно различаются. Можно предположить, что и под истинностью в данных системах понимается не одно и то же.

В данной статье мы будем рассматривать истинность, анализируя способы ее задания в вышеуказанных системах, то есть попытаемся выявить основные характеристики семантических концепций, присущих теоретико-игровому подходу (GTS) и диалоговой логике и сопоставить их. Полагаем, что результат сравнения вышеуказанных подходов даст нам определенное представление об отношении между *теоретико-модельным* (как обобщающее название подходов, предполагающих создание моделей для задания логических значений, здесь представленных в виде теоретико-игровой семантики) подходом и подходом в рамках теории доказательства, представленной здесь диалоговой логикой, как варианта операционализма в логике, специальных семантических формулировок не предусматривающего. Это позволит нам рассмотреть вопрос о характере диалога и семантической игры с точки зрения семантики. Большой вклад в изучение этой проблемы внесли Ш. Рахман и Т. Туленхаймо [23]. Мы предполагаем, что семантическую игру можно охарактеризовать как игру на верификацию, или проверку выполнимости формулы на модели, в то время как диалоговая логика является игрой на построение модели.

Для рассмотрения вышеуказанной общей задачи сопоставления истинности на модели и общезначимости (истинности на всех моделях) мы выделим следующие три части в данной статье:

a) первый раздел будет посвящен рассмотрению основных положений и характеристик теоретико-игровой семантики и диалоговой логики; он в свою очередь разбит два параграфа: (i) основные понятия диалоговой логики, (ii) основные понятия теоретико-игровой семантики;

b) во втором разделе будет рассматриваться возможность и метод преобразования выигрышных стратегий теоретико-игровой семантики в выигрышные стратегии диалоговой логики, используя диалоги с гипотезами, где гипотезы в определенном смысле заменяют собой модель;

c) третья часть будет посвящена возможности преобразования теоретико-игровой семантики для определения общезначимости, а не истинности, на модели и соответствие таких игр диалогам.

Для того чтобы приступить к рассмотрению способов задания истинности в диалоговой логике и теоретико-игровой семантике, необходимо предварительно сделать несколько общих замечаний относительно свойств и особенностей рассматриваемых систем, а также ввести несколько понятий, ключевых для понимания дальнейшего изложения.

1. Основные свойства диалоговой логики и теоретико-игровой семантики

Рассмотрим для начала свойства, являющиеся общими как для диалоговой логики, так и для теоретико-игровой семантики. Среди таковых можно выделить следующие:

1. Оба подхода можно назвать играми по поводу формул, в которых анализируется формула с целью проверки ее на истинность;

2. Наличие двух игроков, таких, что:

    - Один из игроков выступает в качестве пропонента, то есть отстаивает рассматриваемую формулу,

    - Другой игрок, напротив, выступает в качестве оппонента, то есть выступает против данной формулы;

3. Два уровня правил;

4. Наличие правил начала и окончания игры, а также определений выигрыша и проигрыша;

5. Наличие стратегий для игроков, а также понятия выигрышной стратегии.

Тем не менее помимо общих свойств данных систем у них есть существенные различия. Рассмотрим более подробно каждую из них.

1.1. Основные понятия диалоговой логики

Для начала вкратце рассмотрим правила построения диалоговой логики. В рамках диалоговой логики операционально задается общезначимость формул. Диалог представляет собой игру по поводу некоторой формулы для двух игроков: Пропонента (P) и Оппонента (O), при этом задача P состоит в том, чтобы доказать общезначимость рассматриваемой формулы, построив для нее произвольную модель, а цель O — построить контрмодель, доказав, таким образом, что рассматриваемая формула не является общезначимой.

В диалоговой логике выделяют два уровня правил:

1. *Логические правила* — определяют возможные виды атаки и защиты предложений определенной логической формы, то есть содержащих те или иные логические операторы; эти правила абстрактно описывают способы, какими формулы, в соответствии со своими логическими формами, можно критиковать или защищать. Тем самым, логические правила определяют значение логических констант.

- Под атакой мы будем понимать действие игрока Y, направленное против одного из утверждений игрока X, которое может выражаться в двух формах: (1) в форме требования, предъявляемого игроком Y игроку X, сделать некоторое утверждение (например, выбрать один из дизъюнктов), или же (2) в форме обратного утверждения (в случае отрицания — утверждение формулы без отрицания).

- В свою очередь защита представляет собой ответ на атаку, своего рода защиту, отстаивание формулы, утверждение некоторой формулы. Поскольку в диалоговой логике мы разбираем формулу, двигаясь снаружи внутрь, то есть начиная с главных знаков (в случае логики первого порядка, с кванторов) и продвигаясь вглубь к анализу входящих в нее подформул, постольку не существует варианта защиты против атаки унарной связки отрицания (формулы вида $\neg\varphi$).

2. *Структурные правила* — регламентируют, когда тот или иной участник может совершать определенное действие, то есть общий порядок проведения и организации диалога.

Подробнее остановимся на логических и некоторых структурных правилах диалоговой логики:

1. *Логические правила*:

Связка	**Атака**	**Защита**
2*$X{-}!-A\wedge B$	$Y{-}?-L$	$X{-}!-A$
	$Y{-}?-R$	$X{-}!-B$
2*$X{-}!-A\vee B$	2*$Y{-}?-\vee$	$X{-}!-A$
		$X{-}!-B$
$X{-}!-A\to B$	$Y{-}!-A$	$X{-}!-B$
$X{-}!-\neg A$	$Y{-}!-A$	-
$X{-}!-\forall xA(x)$	$Y{-}?-\forall x/n$	$X{-}!-A[n/x]$
$X{-}!-\exists xA(x)$	$Y{-}?-\exists x$	$X{-}!-A[n/x]$

где A и B — метапеременные для формул, X и Y — игроки, (переменные для P — пропонент или O — оппонент), причем $X \neq Y$, ? и ! — знаки для обозначения характера действия игроков: ? — это атака,

! — защита[4] (защиту можно рассматривать как утверждение, например, тезис). В случае с квантором всеобщности (аналогично случаю с конъюнкцией) выбор осуществляется тем, кто атакует (игроком Y). А в случае с квантором существования (аналогично случаю с дизъюнкцией) выбор осуществляется тем, кто защищается (игроком X).

2. *Структурные правила*[5]:

Правило начала игры (SR-0). Начало и ход игры определяются следующим образом:

1. Выражение вида $\langle P{-}! - A\rangle$ принадлежит диалогу $D(A)$: тезис, утверждаемый пропонентом (P), сам является игрой в диалоге по поводу A;

2. Если Δ является любой игрой в диалоге $D(A)$, тогда тезис A занимает позицию 0 в Δ; то есть если $\Delta \in D(A)$, тогда
$$\Delta[0] = \langle P{-}! - A\rangle.$$

3. На четных позициях P совершает ход, а на нечетных — O. То есть каждая игра $\Delta[2n]$ имеет форму $\langle P - f - B\rangle$ для некоторого хода $f \in \{?, !\}$ и подформулы $B \in Sub(A)$, а каждая игра $\Delta[2n+1]$ имеет форму $\langle O - f - B\rangle$. Каждый ход после $\Delta[0]$ — это реакция на более ранний ход, сделанный другим игроком. Каждый такой ход совершается согласно логическим и другим структурным правилам.

Интуиционистское правило (закрытия раундов) (SR-1.I)[6]. Всякий раз, когда подходит очередь игрока X ходить, он может атаковать

[4] Кроме случая с импликацией (формула вида $\varphi \to \psi$) и отрицания (формулы вида $\neg\varphi$), где символ ! используется при атаке. В связи с этим корректнее было бы говорить, что символ ! используется для утверждения одним из игроков некоторой формулы φ, в то время как символ ? соответствует требованию, предъявляемому игроком Y игроку X, сделать некоторое утвержение.

[5] Интересно отметить, что в работах различных авторов по диалоговой логике структурные правила, соответствующие одним и тем же логическим системам, формулируются по-разному. Данные правила соответствуют приведенным в статье Шахида Рахмана и Теро Туленхаймо [23]. Однако в статье Э. Краббе [16] правила сформулированы несколько иначе.

[6] Данное правило является интуиционистским, потому что в результате его применения тождественно-истинным в диалоговой логике оказывается набор формул, соответствующий теоремам интуиционистской логики.

любую (сложную) формулу, выдвинутую ранее его противником Y, или же он может защищаться от последней еще не защищенной атаки, то есть атаки, произведенной Y, с наибольшим присваиваемым натуральным числом[7], такой, что X не ответил на данную атаку[8].

Классическое правило (закрытия раундов) (SR-1.C)[9]. Каждый раз, когда наступает очередь игрока X ходить, он может атаковать любую (сложную) формулу, выдвинутую ранее игроком Y, или же он может защищаться от любых атак, включая те, от которых он уже защитился.

Формальное использование атомарных формул (SR-5). P (пропонент) не может утверждать атомарную формулу, если она не была до этого выдвинута O (опонентом). Атомарные формулы не могут быть атакованы.

Правило выигрыша для игр (SR-4). Игра $\Delta \in D$ является закрытой, если $\Delta = (\Delta_1, ..., \Delta_n)$, где Δ_i диалоговая игра и в самой последней диалоговой игре Δ_n появляется одна и та же атомарная формула в двух позициях: как утверждение игрока X и как утверждение игрока Y. Таким образом, Δ является закрытой, если для некоторых $k, m < w$ и некоторой атомарной формулы $l \in Sub(A) \cup (A)$ имеет место:

$$\Delta_n[k] = l = \Delta_n[m],$$

где $k < m$ и k является нечетным только и тогда, когда m — четное или равно нулю. Если это условие не соблюдается, то Δ является открытой.

Если игра является закрытой, то игрок, утверждавший тезис (пропонент), выигрывает игру, в противном случае он проигрывает. Игра считается завершенной, либо если она закрыта, либо, в противном случае, если нельзя осуществить ни одного хода, разрешенного логиче-

---

[7]Имеется в виду номер строки, или хода.

[8]Ш. Рахман и Т. Туленхаймо пишут:

> Любой игрок может откладывать свою защиту, пока он может еще [атаковать формулы противника]. Лишь на самую последнюю атаку, которая еще не получила ответа, можно ответить: Если черед X ходить находится в позиции n, а позиции l и m обе содержат атаку, оставшуюся без ответа ($l < m < n$), тогда игрок X не может в позиции n защищать себя от атаки, произведенной в позиции l [23, p. 12].

[9]Данное правило является классическим, потому что в результате его применения тождественно-истинным в диалоговой логике оказывается набор формул, соответствующий теоремам классической логики.

скими или структурными правилами. Если игра завершена и при этом открыта, то выигрывает оппонент (O).

В зависимости от правил[10], которые мы определили в системе, реализуется одна из концепций истинности. П. Лоренцен строит свою диалоговую логику в стремлении избежать специальных семантических построений[11], которые являются необходимым элементом логической системы со времен определения Тарского, поэтому истинность в его системе скорее является выводимостью. Формула является истинной, если существует выигрышная стратегия для пропонента, то есть при любых действиях оппонента пропонент выигрывает.

Вопреки первоначальной идее П. Лоренцена, не все исследователи рассматривали его диалоговую логику как формализм, не нуждающийся в теоретико-модельном построении. Так, Штегмюллер в своей работе [26, p. 82] пишет о том, что подход П. Лоренцена лучше всего интерпретировать как *новый вид семантики*, как это сделал К. Лоренц в работе «Арифметика и логика как игра»[17].

Терминологически мы будем различать *диалог*, *диалоговую игру* и *игру* диалога. Под *диалоговой игрой* понимается последовательность ходов определенного рода (защит и атак), реализуемых в данном диалоге. Диалоговая игра представляет собой частный случай *игры*, так как игры — это последовательности диалоговых игр.

1.2. Основные понятия теоретико-игровой семантики (GTS)

В теоретико-игровой семантике мы также имеем дело с двумя игроками, однако вместо наименований Пропонент и Оппонент здесь используются имена, взятые из средневековой схоластики: *Элоизы* и *Абеляра* соответственно. Игра представляет собой дерево, начинающееся формулой, которую необходимо рассмотреть, и заканчивающееся пропозициональной переменной или значением предикатной переменной, в зависимости от того, говорим мы о пропозициональной логике или о логике первого

[10]Перечислим остальные правила, имеющие место в диалоговой логике: **(SR-2)** Правило ветвления для игр; **(SR-3)** Правила переключения (shifting rule); **(SR-5*)** Обобщенная формулировка правила **(SR-5)**; **(SR-6)** Правило «безотлагательной тактики»; **(SR-6.I)** — Интуиционистское; **(SR-6.C)** — Классическое. Они подробно изложены в статьях [23] и [16]

[11]Мотивация при создании данного подхода была в отказе от семантики, задание истинности синтаксическими средствами. Все это, вероятнее всего, связано с идей П. Лоренцена о том, что нам надо найти предельные основания возможности наших логических операций, основания, делающие их легитимными, и тем самым выделить валидные схемы мышления [18].

порядка соответственно. Игроки ходят в зависимости от главного знака подформулы, рассматриваемой формулы:

- *Абеляр* ходит в случае, если главным знаком является $\wedge$, а также квантор $\forall$[12].
- *Элоиза* ходит тогда, когда главным знаком является $\vee$, а также квантор $\exists$.
- В случае, когда главным знаком является отрицание, и формула имеет вид $\neg\varphi$, игра продолжается по формуле φ со сменой ролей: Абеляр становится Пропонентом, а Элоиза Оппонентом.

Так же, как и в случае диалоговой логики, мы можем выделить два уровня правил:

1. *правила семантической игры* —
   (a) правила ходов, определяющие способы перехода из одного состояния в другое,
   (b) правила присуждения выигрыша,
   (c) правила, определяющие функции игроков;
2. *метаправила* — определяют понятие стратегии, выигрышной стратегии, а также истинности.

Понятие стратегии явным образом не определено в семантической игре, но заложено в ней имплицитно, так как без него мы не можем определить истинностное значение разыгрываемой формулы. Важно отметить, что данная игра ведется на определенной модели, которая предполагает непустую предметную область, или домен, что является существенным отличием от диалоговой логики.

Истинность в данной модели в семантической игре определяется следующим образом:

- A истинна в M, в символической записи $M \models^{+}_{GTS} A$, если и только если существует выигрышная стратегия для *Элоизы* в $G(A, M)$.
- A ложна в M, в символической записи $M \models^{-}_{GTS} A$, если и только если существует выигрышная стратегия для *Абеляра* в $G(A, M)$.

[12] Условимся называть Абеляра и Элоизу также фальсификатором и верификатором соответственно. При этом мы будем иметь в виду их первоначальные роли, которые, однако, могут изменяться на противоположные, если на некотором шаге игры подформула рассматриваемой формулы имеет главным логическим знаком $\neg$.

2. Связь между интуиционистскими диалогами с гипотезами и семантическими играми

Мы подошли к вопросу о сопоставлении диалогового подхода и теоретико-игрового. Для этого нам следует преодолеть фундаментальное различие, связанное с отсутствием явным образом модели в первом подходе и ее эксплицитным наличием во втором. В связи с этим требуется задать модель в рамках диалога, чтобы привести оба подхода к некоторому общему знаменателю. Тем самым мы сможем

> «обсудить с позиции диалога вопрос о характеристике истинности предложения (или, обобщая, выполнимость формулы) в связи с моделью» [23, 27].

Это можно сделать двумя способами, связанными с преобразованием первоначальных диалогов:

1. С помощью *«алетических» диалогов*, которые можно получить путем релятивизации относительно модели, то есть привязки диалога к конкретной модели. В случае пропозициональной формулы частью подобной спецификации «алетического» диалога будет функция означивания, в случае формулы логики предикатов первого порядка — T-структура для соответствующего словаря T.

2. С помощью *«материальных» диалогов*, получаемых путем добавления достаточного количества *дополнительных гипотез*, которые служат для того, чтобы охарактеризовать модель, используя исключительно средства объектного языка. Вышеуказанные гипотезы представляют собой нечто вроде *первоначальных допущений* оппонента (O).

Таким образом, можно сказать, что в алетическом диалоге к нашей прежней системе добавляется некоторый новый компонент, в связи с чем мы, строго говоря, получаем новую систему. В материальном диалоге мы ограничиваемся средствами собственно диалога, в связи с чем можно утверждать, что мы не выходим за рамки диалогового подхода, то есть в таком диалоге мы по-прежнему «выводим» истинность. Именно поэтому нам предпочтительнее воспользоваться материальным диалогом.

Однако здесь возникают и некоторые трудности. Нам необходимо показать соответствие между диалоговым подходом и подходом теоретико-игровой семантики не только для пропозициональной логики, но и для логики предикатов первого порядка. Что касается пропозициональной логики, то здесь у нас не возникает особых проблем, ввиду того, что при рассмотрении вопроса об истинности некоторой формулы A любая релевантная модель может быть теоретически описана в терминах пропозициональных формул, а точнее констант: атомарных формул или их отрицаний. И важно, что для этого достаточно конечного числа таких констант. На модели осуществляется пробегание по всем пропозициональным атомарным частям p_i, появляющимся в формуле A, и выбор для каждого i либо p_i, либо $\neg p_i$. Нам достаточно конечного числа таким атомарных формул, ввиду конечной длины исходной формулы. Таким образом, определяется любая релевантная модель, понимаемая как некоторое распределение истинностных значений по соответствующим (релевантным) атомарным формулам.

В этом смысле у логики предикатов первого порядка есть существенный недостаток. Он заключается в том, что мы не можем описать T-структуру конечным числом предложений первого порядка, если в качестве модели взять структуру с доменом, состоящим из бесконечного числа элементов. Дело в том, что T-структура является частным случаем применения предиката истинности и не носит универсального характера, соответственно задается отдельно в каждом случае. Строго говоря, это не являлось бы затруднением, если бы под диалогом мы не понимали некоторую конечную последовательность действий (которую способен воспроизвести человек).

Остановимся подробнее на случае для пропозициональной логики. После того как мы рассмотрели основные понятия диалоговой логики в части 1.1., мы можем перейти к определению понятия *интуиционистского диалога с гипотезами.* Интуиционистским данный диалог называется потому, что в отношении структурных правил **(SR-1)** и **(SR-6)** к нему применяется интуиционистский вариант данных правил: **(SR-1.I)** и **(SR-6.I)** соответственно. Таким образом, интуиционистский диалог $D(A)$ с гипотезами — это интуиционистский диалог по поводу тезиса A, где Оппонент допускает с самого начала некоторое конечное число пропозиций $B_1, B_2, ..., B_n$. Обозначим его $D(A; B_1, B_2, ..., B_n)$. Данные гипотезы можно рассматривать как особые материальные допущения, которые принимает Оппонент (с подачи Пропонента) и которые становятся его обязательствами. С теоретико-модельной точки зрения они могут рассматриваться, как уже было ранее сказано, в качестве *частичной спецификации модели.* В данном случае мы будем использовать примеры *закона исключенного третьего*, который является *обязательством* Оппонента. Оппонент принимает $p \vee \neg p$ для всех пропозициональных атомарных формул p, появляющихся в A. Итак, нашу задачу можно сформулировать следующим образом: показать, каким образом можно трансформировать *выигрышную стратегию* для Пропонента в интуиционистском диалоге $D(A;H)$, гипотезами

$$H = p \vee \neg p : p \text{ — атомарная формула, входящая в } A, \text{ —}$$

во множество выигрышных стратегий для первоначального верификатора (Элоизы) в играх $G(A;M)$, где M — произвольная модель; и в обратном направлении: как получить выигрышную стратегию для Пропонента в диалоге $D(A;H)$ из множества выигрышных стратегий верификатора (Элоизы) в играх $G(A;M)$.

Это мы будем называть *результатом соответствия*, которому присущи следующие две особенности:

- Необходимость классического допущения, значимого для теоретико-игровой семантики в связи с пропозициональной логикой, заключающегося в том, что модели полны в том смысле, что каждая пропозициональная атомарная формула является либо истинной, либо ложной;

- Предоставление точного метода построения выигрышной стратегии в одних играх из множества выигрышных стратегий других.

Перейдем к рассмотрению формального доказательства наличия вышеуказанного соответствия для пропозициональной логики.

Примечание 1. Укажем некоторые особенности данных подходов, касающиеся множества подформул B пропозициональной формулы A, рассматриваемой в данной семантической игре и диалоговой игре, а также выбора для дизъюнкций и конъюнкций, от которого B синтаксически зависит в A:

- В случае пропозициональной логики знаки подформул B данной формулы A однозначно показывают выборы для конъюнкций и дизъюнкций, необходимые для того, чтобы прийти к любой из формул, входящих в B в семантической игре;

- В диалоговой игре одна и та же подформула могла быть достигнута игроком несколько раз. А любая подформула показывает только самые недавние левые/правые выборы для конъюнкций и дизъюнкций, которые синтаксически предшествуют одной из формул в B и которые сделаны P (пропонентом) и O (оппонентом). Для продолжения пропозициональной диалоговой игры имеет значение лишь достигнутая подформула: только самые последние выборы имеют значение.

Для того чтобы перейти к *теореме соответствия*, докажем следующие две леммы.

Общее условие для леммы 1 и леммы 2: *пусть A — это любая формула пропозициональной логики, и имеют место два следующих условия:*

(i) Существует выигрышная стратегия для пропонента (P) в диалоге $D(A; p_1 \vee \neg p_1, \ldots, p_n \vee \neg p_n)$;

(ii) Для любой модели M существует выигрышная стратегия для первоначального верификатора (Элоизы) в семантической игре $G(A; M)$,

где $p_1, \ldots, p_n$ — это пропозициональные атомарные формулы, появляющиеся в A, тогда

Лемма 1. *условие (ii) влечет условие (i).*

Доказательство. Допустим, что для любой модели M_j существует выигрышная стратегия для первоначального верификатора (Элоизы) в семантической игре $G(A, M_{j)}$. Необходимо показать, что существует выигрышная стратегия для пропонента (P) в интуиционистском диалоге $D(A; p_1 \vee \neg p_1, \ldots, p_n \vee \neg p_n)$. Итак, первоначальные допущения (concessions) оппонента (O) таковы:

$$p_i \vee \neg p_i \quad (i = 1, \ldots, n).$$

Опишем стратегию f пропонента (P) в диалоге $D(A)$.

I. Первым делом стратегия f указывает пропоненту (P) выдвинуть для каждой атомарной формулы i атаку вида

   $? - p_i \vee \neg p_i$

   Тогда ответы оппонента (O) определят распределение истинностных значений на модели $\mathrm{M} = \{p_1, \ldots, p_n\} \to \{$и, л$\}$. В соответствии с нашим допущением существует выигрышная стратегия g для первоначального верификатора (Элоизы) в семантической игре $G(A, M)$. Продолжим конструировать далее стратегию для пропонента в диалоговой игре, используя стратегию g.

II. Рекурсивно установим соотношение между каждой подформулой B формулы A с игрой в рамках семантической игры $G(A, M)$. Тезис А связывается с пустой последовательностью $\langle\rangle$. Допустим затем, что подформула B уже связана с игрой h. Будем писать $\sharp[B]$ для количества *знаков отрицания*, которые имеются в формуле, входящей в B в формуле A.

(a) Если $B = C \wedge D$ и $\sharp[B]$ — четное или равно нулю или же если $B = C \vee D$ и $\sharp[B]$ — нечетное, тогда C связано с $h \frown C$ и D связано с $h \frown D$[13].

(b) Если $B = C \vee D$ и $\sharp[B]$ — четное или равно нулю или же если $B = C \wedge D$ и $\sharp[B]$ — нечетное, а $g(h) = C$, тогда C связано с $h \frown g(h)$; тогда как, если $g(h) = D$, то D связано с $h \frown g(h)$.

(c) Если $B = \neg C$, то C связано с h.

Теперь определим f таким образом, чтобы в случае, если оппонент (O) просит пропонента (P) выбрать дизъюнкт из $C \vee D$ (знак дизъюнкции здесь появляется под четным (или нулевым) количеством знаков отрицания), а история, связанная с $C \vee D - h$, то пропонент (P) выбирает однозначно определенный дизъюнкт $E \in \{C, D\}$ такой, что рассматриваемый дизъюнкт связан с историей, и поэтому, по построению, с историей вида$h \frown g(h)$, где $g(h) = E$. Следует отметить, что для того, чтобы прийти к самой подформуле $C \vee D$, пропонент должен был делать выбор относительно связок именно такой, который задан в истории h. Аналогично и для $C \wedge D$, если конъюнкция появляется под нечетным количеством знаков отрицания, стратегия f должна быть такой, чтобы пропонент выбирал однозначно определенный конъюнкт с соответствующей историей вида $h \frown g(h)$. Обобщая, мы должны определить стратегию f таким образом, чтобы она соотносилась со связанными историями.

Таким образом, докажем следующее Утверждение 1 относительно заданной нами стратегии f:

Утверждение 1. Стратегия f является выигрышной для пропонента (P) в диалоге $D(A; p_1 \vee \neg p_1, \ldots, p_n \vee \neg p_n)$.

Доказательство. По определению, стратегия f ведет к константе l (или конъюнкции констант $(l_1, ..., l_m)$), истинной в M. Это означает, что оппонент (O) принял p (если $p = l$) или он принял $\neg p$, если $l = \neg p$. В

[13] Где $h \in H$, H — множество последовательностей ходов, а h — истории, или игры.

первом случае пропонент может ответить p (так как O уже принял p ранее как гипотезу), во втором же случае игра продолжается так, что O принимает p, и, следовательно, противоречит себе. $\square$

Таким образом, если $\mathfrak{G} = \{g_j : j < 2n\}$ — это множество выигрышных стратегий для первоначального верификатора (Элоизы) в семантической игре $G(A, M)$, одной для каждой модели $M_j = \{p_1, \ldots, p_n\} \to \{\text{и, л}\}$. Алгоритм задания выигрышной стратегии для пропонента в диалоге $D(A; p_1 \vee \neg p_1, \ldots, p_n \vee \neg p_n)$ состоит из нескольких частей:

1) в начале диалога заставить оппонента определить модель его ответами на атаки вида $? - p_i \vee \neg p_i$, заданные пропонентом;

2) выигрышная стратегия Элоизы g затем определяет маркирование подформул играми из семантической игры $G(A, M_j)$;

3) указанное в п.2 в свою очередь однозначно и напрямую определяет выигрышную стратегию для P (в соответствии с утверждением 1)[14].

$\square$

Лемма 2. *Условие (i) леммы 1 влечет условие (ii).*

Доказательство. Допустим, у пропонента (P) есть выигрышная стратегия f в диалоге $D(A; p_1 \vee \neg p_1, \ldots, p_n \vee \neg p_n)$.

Пусть $M = \{p_1, \ldots, p_n\} \to \{\text{и, л}\}$ будет произвольной моделью. Необходимо показать, что существует выигрышная стратегия для первоначального верификатора (Элоизы) в игре $G(A, M)$. Вначале рассмотрим диалоговую игру, принадлежащую $D(A)$, где пропонент получил ответы по поводу первоначальных допущений оппонента так, что они строго конституируют модель M:

[14] Следует отметить, что, если рассматриваемая формула является общезначимой в интуиционистской логике, то нет необходимости использовать гипотезы, однако для целей сравнения данные гипотезы следует указывать. Интересно отметить, что в результате мы получаем диалог, который К. Лоренц и П. Лоренцен называли «строгой» диалоговой игрой (strenge Dialogspiele), где не только защита, но и атака одной и той же формулы может производиться только один раз. Это связано с формой, в которой протекает семантическая игра, так как в ней у нас нет возможности перехода между различными ветками игры и ветвления игры, и можно лишь один раз произвести выбор относительно той или иной подформулы, об этом говорит свойство семантической игры, указанное в Примечании 1.

Ответы оппонента	Модель
p_i	$M(p_i) = $ и
$\neg p_i$	$M(p_i) = $ л

Свяжем каждую подформулу B формулы A, для которой пропонент совершает ход в $D(A)$, с подформулой C из B следующим образом:

> Если $B = C \vee D$ и $\sharp[B]$ — четное или равно нулю или же $B = C \wedge D$ и $\sharp[B]$ — нечетное, а выигрышная стратегия f дает $E \in \{C, D\}$ в качестве ответа на вопрос $? - \vee$ ($? - \wedge$ соответственно), тогда пусть B будет связано с E.

Определим стратегию g для Элоизы в семантической игре $G(A, M)$:

$$g(h) = f(B),$$

если B является подформулой вида $C \vee D$ (под четным или нулевым количеством знаков отрицания) или вида $C \wedge D$ (под нечетным количеством знаков отрицания), согласно которой Элоиза должна делать ход в истории h.

Теперь докажем следующее Утверждение 2.

Утверждение 2. Стратегия g является выигрышной для Элоизы в игре $G(A, M)$.

Доказательство. Последний ход Элоизы, сделанный в соответствии с g, ведет к константе l (или конъюнкции констант). По определению g, если $l = p$, тогда p — истинно в модели M (так как O должен был принять данную атомарную формулу до этого). Если, напротив, $l = \neg p$, то p ложно в модели M, так как иначе O, принимая p, будет принимать противоречие.

$\square$

Итак, рассмотрим алгоритм преобразования для случая, представленного в Лемме 2. Пусть f — выигрышная стратегия пропонента в $D(A)$. Алгоритм создания множества $\mathfrak{G}$ выигрышных стратегий Элоизы в играх $G(A, M)$, по одной игре для каждой модели $M = \{p_1, \ldots, p_n\} \to \{$и, л$\}$, состоит в:

1) трансформации стратегии f в такую выигрышную стратегию f_0, которая вначале просит O ответить на каждый из n вопросов вида $p_i \vee \neg p_i$;

2) ответы O определяют модель M, относительно которой f_0 далее определяет, как объяснено выше, маркирование, определяющее выигрышную стратегию для Элоизы в семантической игре $G(A, M)$.

□

Теорема 1. *Условия (i) и (ii) леммы 1 являются эквивалентными. Более того, существует алгоритм, превращающий выигрышную стратегию пропонента (P) во множество выигрышных стратегий первоначального верификатора (Элоизы), и наоборот.*

Доказательство. Из леммы 1 и леммы 2 следует, что условие *(i)* и условие *(ii)* эквивалентны. Из доказательства данных лемм следует, что существует алгоритм, позволяющий преобразовать выигрышную стратегию в рамках одной системы для некоторого игрока в выигрышную стратегию в рамках другой системы для соответствующего игрока. □

Важно отметить, что данное доказательство было приведено для языка, не содержащего импликации, однако, очевидно, что можно построить аналогичное, в котором бы содержался случай с импликацией.

Также можно доказать соответствующую теорему для логики первого порядка, однако там вместо вопроса в виде закона исключенного третьего для каждой атомарной формулы, входящей в тезис, нужно задавать вопрос, ответом на который будет сколемовская функция, которая уже будет вынуждать оппонента к такому же выбору, но в конкретной ситуации в случае подстановки для переменной[15].

3. Связь между интуиционистскими диалогами и семантическими играми без модели

Итак, выше мы охарактеризовали связь между «интуиционистскими диалогами с гипотезами» и семантическими играми, привязав диалог к модели, однако задав это чисто синтаксическими средствами так, что он не теряет свои специфические характеристики, оказывается тем самым ограничен определенным выбором допущений. Тем не менее, не остается никаких сомнений, в том, что диалоговая игра все также характеризует истинность как выводимость.

[15] Подробнее об этом см. [23].

В то же время стоит отметить, что наша связь получилась не столь полной, ввиду того, что мы косвенным образом ограничили сферу диалога, введя определенные допущения для оппонента. Однако нам представляется интересным вопрос о том, можно ли охарактеризовать логическую общезначимость формул, доказываемую в рамках диалоговой логики, вне зависимости от модели, средствами теоретико-игровой семантики. Ответ на данный вопрос, на наш взгляд, неоднозначен. Как в случае с интуиционистскими диалогами с гипотезами, мы имеем дело с модификацией первоначального диалога, так, очевидно, нам придется модифицировать и теоретико-игровую семантику. Однако подобная модификация скорее сродни построению «алетических» диалогов в том смысле, что если в таком диалоге изменяется суть диалоговой логики с ее идеей задания операциональной семантики без привязки к конкретной модели, так как в алетических диалогах диалог привязывается к некоторой модели, то в случае изменения теоретико-семантического подхода мы, напротив, обобщаем в некотором смысле нашу игру, исключив модель и модифицировав правила таким образом, чтобы нам не требовалась отсылка к истинностным значениям атомарных подформул, входящих в состав формулы[16]. И если диалог, выявляющий общезначимость, мы можем представить как диалог с нулевыми гипотезами, то мы не можем просто утверждать того же о модели в семантической игре. При таком построении меняется сама суть теоретико-игровой семантики, так как она перестает быть средством поиска определенного элемента модели, но превращается в игру на построение модели.

Тем не менее, нам представляется интересным рассмотрение возможности подобной модификации правил теоретико-игровой семантики. Преобразуем правила для семантической игры следующим образом:

- В рамках одной игры может быть разыграно более одной подыгры[17], таким образом, игроки могут переключаться на другую ветку игры. Однако ни один из игроков не может выбрать другой дизъюнкт, после того как он выбрал первый (это ограничение соответствует **(SR-1.I)** (Интуиционистское правило (закрытия раундов));

[16]То есть модифицируем правила ведения игры и правила выигрыша наподобие структурных правил диалоговой логики.

[17]Это соответствует правилу **(SR-2)** (Правилу ветвления для игр) и **(SR-3)** (Правилу переключения) в интуиционистском диалоге.

- Мы вводим новую структуру для каждого игрока под названием *поле обязательств (Commitment store)*[18], которая содержит все формулы (которые на самом деле являются подформулами первоначальной формулы или тезиса), которые игроки утверждают и тем самым берут в качестве обязательств. Данная структура в определенном смысле сходна с моделью.

- Элоиза не может утверждать атомарную формулу, тем самым помещая ее в свое поле обязательств, если данная атомарная формула на данном шаге отсутствует в поле обязательств Абеляра.

Семантическая игра трансформируется из игры на верификацию (поиск свидетельства, проверки выполнимости формулы на модели) в игру на построение модели[19].

Определение 1. Пусть C будет полем обязательств, тогда

$$C = C_\exists \cup C_\forall,$$

где $C_\exists = p_0, p_1, p_2, \dots, p_i, \dots, p_n$, p_0 — первоначальная формула, или тезис, $p_i \in P$, P — множество утверждений Элоизы; $C_\forall = q_1, q_2, ..., q_l, ..., q_m$, $q_l \in Q$, Q — множество утверждений Абеляра[20].

Как и в семантической игре, ходы игроков определяются в зависимости от главного логического знака формулы, поэтому определить условия выигрыша по аналогии с диалоговой логикой не представляется возможным.

---

[18] Данное понятие взято из формальной диалектики Ч. Хэмблина и задается оно так же, как в его системе. Однако в данном случае у нас нет возможности пересмотра своих обязательств, и нельзя удалить ни одну позицию из поля обязательств того или иного игрока.

[19] Однако, как уже было сказано в предыдущем разделе, то же самое можно сделать и с диалогом, так как мы можем привязать его к модели, получив *алетический* диалог. Однако метод, который мы использовали в предыдущем разделе, сохраняет природу диалоговой логики в том смысле, что в диалоге используются дедуктивные методы для проверки формул. В целом можно сказать, что поле обязательств служит своеобразной моделью, поэтому по структуре игра не существенно изменилась (за исключением функции выигрыша), в отличие от кардинальной смены ее типа в связи с задачей модернизированной игры.

[20] Важно не путать формулы, которые выбирают игроки, с формулами, которые они утверждают (берут в качестве обязательств) и которые записываются ими в поле обязательств. Последние соответствуют шагам в диалоговой логике, поэтому-то мы и можем говорить о соответствии между выигрышными стратегиями в диалоговой логике и в теоретико-игровой семантике без модели. Первые же соответствуют шагам Абеляра и Элоизы в ходе игры, записываемой в виде дерева.

Определение 2. Поле обязательств C семантической игры $G(A,C)$ является замкнутым, если и только если одна и та же атомарная формула (a) $a \in C_\exists$ и $a \in C_\forall$.

Определение 3. В семантической игре с полем обязательств $G(A,C)$:

- выигрывает Элоиза, если и только если поле обязательств замкнуто;
- в противном случае выигрывает Абеляр.

Рассмотрим пример. Пусть $A = (\neg p \wedge q) \vee (p \vee \neg q)$. Вначале построим диалог $D(A)$ для данной формулы:

Пропонент	**Оппонент**
1. $(\neg p \wedge q) \vee (p \vee \neg q)$	
3. $p \vee \neg q$ (2)	2. ? – $\vee$ (1)
5. $\neg q$ (4)	4. ? – $\vee$ (3)
	6. q (5)

Нетрудно заметить, что у Оппонента есть выигрышная стратегия в диалоге, так как мы рассматриваем интуиционистский диалог, а следовательно действует **(SR-1.I)** (Интуиционистское правило (закрытия раундов)). Но если бы мы использовали классическое правило, выигрышная стратегия была бы у Пропонента.

Теперь перейдем к рассмотрению соответствующей семантической игры $G(A,C)$. Поле обязательств игры будут выглядеть следующим образом:

$C_\exists$	$C_\forall$
I. $(\neg p \wedge q) \vee (p \vee \neg q)$	
II. $\neg p \wedge q$	
III. $\neg q$	q

Так как в данном поле обязательств C нет замыкания, у Абеляра есть выигрышная стратегия в игре $G(A,C)$.

Можно заметить, что существует строгое соответствие между таблицей диалога $D(A)$ и полем обязательств семантической игры $G(A,C)$. В связи с этим можно говорить о том, что при наличии выигрышной стратегии для Пропонента (или Оппонента) в интуиционистском диалоге $D(A)$ мы можем ее трансформировать в выигрышную стратегию для Абеляра (Элоизы соответственно), следуя конечному алгоритму. И наоборот, из выигрышной стратегии для Абеляра (Элоизы) можно получить выигрышную стратегию для Оппонента (Пропонента соответственно). Таким образом, мы можем определить общезначимость (истинность в любой модели) в рамках семантической игры $G(A, C)$.

Стоит отметить, что ввиду того, что мы рассматривали интуиционистские диалоги, импликация в данном случае отличается от классической. Рассмотрим следующие два примера. Построим диалог для следующей пропозициональной формулы: $A = p \to p$

Пропонент	Оппонент
1. $p \to p$	
3. p [2]	2. p [1]

Как видно из таблицы игры, пропонент выигрывает на шаге (3), что не удивительно ввиду того, что данная теорема принадлежит позитивному фрагменту пропозициональной логики ($\mathbb{N}^+$).

Однако если мы возьмем формулу $A^* = \neg p \vee p$ (в рамках классической логики A эквивалентно A^*).

Пропонент	Оппонент
1. $\neg p \vee p$	
3. $\neg p$ [2]	2. ? $-$ $\vee$ [1]
	4. p [3]

В данном случае выигрыншая стратегия есть у оппонента, ввиду Интуиционистского правила (закрытия раундов) **(SR-1.I)**.

Заключение

В заключение мне хотелось бы отметить, что на основании сравнения понятия истинности в диалоговой логике и теоретико-игровой семантике можно сделать следующие выводы:

1. Для того чтобы представить выигрышную стратегию для того или иного игрока в одной игре для соответствующего игрока в рамках другой, можно модернизировать правила как одной системы, так и другой.

2. В целом истинность в теоретико-игровой семантике и диалоговой логике — понятия весьма различные и, по сути, без особого изменения внутри рассматриваемых игр, не сводимые друг к другу. Однако общее основание подходов, лежащее в их игровой природе,

позволяет их сравнивать. Ибо если бы данные понятия истинности сводились в конечном счете друг к другу, то это означало бы отсутствие кардинальных отличий, присущих данным системам. Более того, это свидетельствовало бы о том, что мы либо не понимаем специфики данных подходов, либо при сравнении допустили сильное изменение самих подходов.

3. Истинность в диалоговой логике — это скорее формальная выводимость, или доказуемость, осуществляемая без эксплицитно представленной семантики. Предполагалось, что диалоговая игра выразит ее на основе операционального подхода. Вместе с тем, существует интерпретация [4], согласно которой, диалоговая игра сама является определенного рода семантикой. Подобная интерпретация представляется весьма интересной, принимая во внимание то, что она еще сильнее сближает диалоговую логику и семантические таблицы, а также идет в разрез с первоначальными установками ее создателей.

4. Теоретико-игровая семантика предстает перед нами как альтернативный способ задания семантических категорий, в данном случае истинности.

5. Тем не менее, можно задать такой алгоритм, который гарантировал бы наличие выигрышной стратегии в одной системе при наличии ее в другой. С нашей точки зрения, в данной корреляции нет ничего удивительного, так как известно, что выводимость формулы и ее истинность взаимосвязаны по теоремам о корректности и полноте, хотя в данном случае речь идет об истине на модели.

6. Общей чертой данных подходов является способ анализа формулы с позиций действий, ходов, направленных на верификацию/доказательство и фальсификацию/опровержение в теоретико-игровой семантике/диалоговой логике соответственно.

Литература

[1] *Аристотель.* Метафизика / Пер. с греч. П.А. Первова, В.В. Розанова. М.: Ин-т философии, теологии и истории св. Фомы, 2006. 232 с.

[2] *Драгалина-Черная Е.Г.* Границы логики: Онтологический поворот // Философия науки. 2009. № 14. С. 87–99.

[3] *Лисанюк Е.Н.* Риторика и формальная диалектика // РАЦИО.ru. 2010. № 3. С. 26–42.

[4] *Alama J., Uckelman S.L.* Lorenzen Dialogue Games as Logical Semantics // Internatinal colloquium. Inside arguments: Logic vs Argumentation theory (Portugal: Faculty of Letters of the University of Coimbra, March 24-26, 2011). 2011. P. 1–14.

[5] *Barth E.M.* From Axiom to Dialogue: a philosophical study of logics and argumentation. Berlin: Walter de Gruyter, 1982. 337 p.

[6] *van Benthem J.* Logical Construction Games // Acta Philosophica Fennica. 2006. Vol. 78. P. 123–138.

[7] *Eklund M.* On How Logic Became First-Order // Nordic Journal of Philosophical Logic. 1996. Vol. 1. № 2. P. 147–167.

[8] *Eklund M., Kolak D.* Is Hintikka's Logic First-Order? // Synthese. 2002. Vol. 131. Issue 3. P. 371–388.

[9] *Feferman S.* What Kind of Logic is 'Independence-Friendly' Logic? // The Philosophy of Jaakko Hintikka / Ed. by Auxier. R.E., Hahn L.E. Chicago: Open Court, 2006. P. 453—469.

[10] *Gödel K.* Über die Vollstandigkeit des Logikkalküls (1929) // Gödel Collected Works / Ed. by S. Feferman. Vol. I, Publications 1929–1936. Oxford University Press, 1986. P. 61–101.

[11] *Hamblin Ch.* Fallacies. London: Methuen, 1970. 336 p.

[12] *Hintikka J.* The Principles of Mathematics Revisited. Cambridge University Press, Cambridge, 1996. 304 p.

[13] *Hintikka J.* Post-Tarskian Truth // Synthese. 2001. Vol. 126. P. 17–36.

[14] *Hintikka J., Sandu G.* What is Logic? // Handbook of the Philosophy of Logic / Ed. by D. Jacquette. Amsterdam: Elsevier, 2007. P. 13–40.

[15] *Hodges W.* Compositional Semantics for a Langauge of Imperfect Information // Logic Journal of the IGPL. 1997. Vol. 5. P. 539—563.

[16] *Krabbe E.C.W.* Dialogue logic // Handbook of the History of Logic. 2006. Vol. 7. P. 665–704.

[17] *Lorenz K.* Arithmetik und Logik als Spiele. PhD thesis, Universität Kiel, 1961. Selections reprinted in [19].

[18] *Lorenzen P.* Constructive philosophy / Transl. by Pavlowic. Amherst: University of Massachusetts Press, 1987. 291 p.

[19] *Lorenzen P., Lorenz K.* Dialogische Logik. Darmstadt: Wissenschaftlische Buchgesellschaft, 1978. 238 p.

[20] *Pietarinen Aht.* Varieties of IFing // Proceedings of the ESSLLI'01 Workshop on Logic and Games / Ed. by G. Sandu and M. Pauly. Department of Philosophy, University of Helsinki, 2001. P. 25–32.

[21] *Rahman Sh.* Remarks on Dialogical Meaning: A Case Study, 2011. URL: `http://ls.informatik.uni-tuebingen.de/prodi/slides/Rahman.pdf` (дата обращения: 21.04.2015).

[22] *Rahman Sh., Ruckert H.* Preface // Synthese. 2001. Vol. 127. P. 1–6.

[23] *Rahman Sh., Tulenheimo T.* From Games to Dialogues and Back: Towards a General Frame for Validity // Games: Unifying logic, Language and Philosophy / Ed. by Ondrej Majer, Ahti-Veikko Pietarinen, Tero Tulenheimo. Springer, 2009. P. 153–208.

[24] *Reed Ch, Walton D.* Argumentation Schemes in Dialogue // Dissensus and the Search for Common Ground (Proceedings of OSSA 2007) / Ed. by H.V. Hansen, et al. Volume CD-ROM. 2007. P. 1–11.

[25] *de Rouihan P., Bozon S.* The Truth of IF: Has Hintikka Really Exorcised Tarski's Curse? // The Philosophy of Jaakko Hintikka. The Library of Liveing Philosophers. Vol. XXX. 2006. P. 683–705.

[26] *Stegmüller W.* Remarks on the completeness of logical systems relative to the validity-concepts of P. Lorenzen and K. Lorenz // Notre Dame J. Formal Logic. 1964. Vol. 5. № 2. P. 81–112.

[27] *Uckelman S.L., Johnston S.* A Simple Semantics for Aristotelian Apodictic Syllogistics // Advances in Modal Logic. 2010. Vol. 8. P. 428–443.

[28] *Weingartner P.* Basic Questions on Truth. Kluwer Academic Publishers, 2000. 244 p.

[29] *Wells S., Reed Ch.* Formal Dialectic Specification // Argumentation in Multi-Agent Systems First International Workshop. 2004. P. 31–43.

A.M. Pavlova

Truth in Dialogue Logic and Game-Theoretical Semantics (GTS)

Pavlova Alexandra Mikhailovna
Department of Logic, Institute of Philosophy,
Saint-Petersburg State University.
5 Mendeleevskaya Liniya, St. Petersburg, 199034, Russian Federation.
E-mail: alexandra22@mail.ru

In this paper truth in two game-theoretical approaches is considered, namely: in dialogue logic of Paul Lorenzen and Kuno Lorenz and game-theoretical semantics proposed by Jaakko Hintikka and developed by Gabriel Sandu. In the course of the article the principal features of the semantic conceptions of game-theoretical semantics and dialogue logic are revealed and compared. Thus, two concepts of truth are considered, that is, truth in game-theoretical semantics and truth in dialogue logic. In both cases truth is defined as an existence of a winning strategy for the player defending the formula. The connection between those two consists in a possibility to transform the winning strategy for the player in one system into the winning strategy for the corresponding player in the other one following the exact and finite algorithm. The result of the comparison makes it possible to get a certain understanding of the relation between model-theoretical and proof-theoretical approaches.

Keywords: dialogue logic, game-theoretical semantics, truth, intuitionistic dialogues with hypotheses, truth in a model, validity

References

[1] Aristotel'. *Metafizika* [Metaphysics], trans. by P.A. Pervova, V.V. Rozanova. M.: Institut filosofii, teologii i istorii sv. Fomy. 2006. 232 pp. (In Russian)

[2] Dragalina-Chernaya, E.G. "Granitsy logiki: Ontologicheskii povorot"[The boundaries of logic: Ontological twist], *Filosofiya nauki*, 2009, no 14. pp. 87–99.

[3] Lisanyuk, E.N. "Ritorika i formal'naya dialektika" [Rhetoric and formal dialectic], RATsIO.ru, 2010, no 3, pp. 26–42.

[4] Alama, J., Uckelman, S.L. "Lorenzen Dialogue Games as Logical Semantics", *Internatinal colloquium. Inside arguments: Logic vs Argumentation theory* (Portugal: Faculty of Letters of the University of Coimbra, March 24-26, 2011), 2011, pp. 1–14.

[5] Barth, E.M. *From Axiom to Dialogue: a philosophical study of logics and argumentation.* Berlin: Walter de Gruyter, 1982. 337 pp.

[6] van Benthem, J. "Logical Construction Games", *Acta Philosophica Fennica*, 2006, vol. 78, pp. 123–138.

[7] Eklund, M. “On How Logic Became First-Order”, *Nordic Journal of Philosophical Logic*, 1996, vol. 1, no 2, pp. 147–167.

[8] Eklund, M., Kolak, D. “Is Hintikka’s Logic First-Order?”, *Synthese*, 2002, vol. 131, no 3, pp. 371–388.

[9] Feferman, S. “What Kind of Logic is ‘Independence-Friendly’ Logic?”, in: ed. by Auxier. R.E., Hahn L.E, *The Philosophy of Jaakko Hintikka*, Chicago: Open Court, 2006, pp. 453—469.

[10] Gödel, K. Über die Vollstandigkeit des Logikkalküls (1929), in: ed. by S. Feferman, *Gödel Collected Works*, vol. I, Publications 1929–1936. Oxford University Press, 1986, pp. 61–101.

[11] Hamblin, Ch. *Fallacies*, London: Methuen, 1970.

[12] Hintikka, J. *The Principles of Mathematics Revisited*, Cambridge University Press, Cambridge, 1996.

[13] Hintikka, J. “Post-Tarskian Truth”, *Synthese*, 2001, vol. 126, pp. 17–36.

[14] Hintikka, J. and Sandu, G. What is Logic? In: ed. D. Jacquette, *Handbook of the Philosophy of Logic*, Elsevier, Amsterdam, 2007. pp. 13–40.

[15] Hodges, W. “Compositional Semantics for a Langauge of Imperfect Information”, *Logic Journal of the IGPL*, 1997, vol. 5, pp. 539-–563.

[16] Krabbe, E. C. W. “Dialogue logic”, *Handbook of the History of Logic*, 2006, vol. 7, pp. 665–704.

[17] Lorenz, K. *Arithmetik und Logik als Spiele*. PhD thesis, Universität Kiel, 1961. Selections reprinted in [**?**].

[18] Lorenzen, P. *Constructive philosophy*, transl. by Pavlowic. Amherst: University of Massachusetts Press, 1987. 291 pp.

[19] Lorenzen, P., Lorenz, K. *Dialogische Logik*. Darmstadt: Wissenschaftlische Buchgesellschaft, 1978.

[20] Pietarinen, Aht. “Varieties of IFing”, in: ed. by G. Sandu and M. Pauly, *Proceedings of the ESSLLI’01 Workshop on Logic and Games*, Department of Philosophy, University of Helsinki, 2001. P. 25–32.

[21] Rahman, Sh. *Remarks on Dialogical Meaning: A Case Study*, 2011. [http://ls.informatik.uni-tuebingen.de/prodi/slides/Rahman.pdf, accessed on 21.04.2015].

[22] Rahman, Sh., Ruckert H. *“Preface”*, Synthese, 2001, vol. 127,pp. 1–6.

[23] Rahman, Sh., Tulenheimo, T. “From Games to Dialogues and Back: Towards a General Frame for Validity”, in: ed. by O. Majer, A.-V. Pietarinen and T. Tulenheimo, *Games: Unifying logic, Language and Philosophy*. Springer, 2009.

[24] Reed, Ch., Walton, D. “Argumentation Schemes in Dialogue”, in: ed. by H.V. Hansen, et. al., *Dissensus and the Search for Common Ground*, Windsor, ON: OSSA, 2007. pp. 1–11.

[25] de Rouihan, P., Bozon, S. "The Truth of IF: Has Hintikka Really Exorcised Tarski's Curse?", *The Philosophy of Jaakko Hintikka, The Library of Liveing Philosophers*, vol. XXX, 2006. pp. 683–705.

[26] Stegmüller, W.: "Remarks on the completeness of logical systems relative to the validity-concepts of P. Lorenzen and K. Lorenz", *Notre Dame J. Formal Logic*, 1964, vol. 5, no 2, pp. 81–112.

[27] Uckelman, S.L., Johnston, S. "A Simple Semantics for Aristotelian Apodeictic Syllogistics", *Advances in Modal Logic*, 2010, vol. 8, pp. 428–443.

[28] Weingartner, P. *Basic Questions on Truth*. Kluwer Academic Publishers, 2000.

[29] Wells, S. and Reed, Ch. "Formal Dialectic Specification", *Argumentation in Multi-Agent Systems First International Workshop*, 2004, pp. 31–43.

Логические исследования
2015. Т. 21. № 2. С. 134–144
УДК 162.2

Logical Investigations
2015, vol. 21, no 2, pp. 134–144

История логики

History of Logic

А.А. Ильин

Силлогистика Льюиса Кэрролла с отрицательными терминами

Ильин Алексей Алексеевич
Кафедра логики, философский факультет, МГУ им. М.В. Ломоносова.
119991, Российская Федерация, Москва, ГСП-1,
Ломоносовский проспект, д. 27, корп. 4.
E-mail: alexeevich@inbox.ru

Льюисом Кэрроллом была построена оригинальная силлогистическая теория, отличная от традиционной силлогистики. Причем, он строил свою систему изначально как негативную, т.е. содержащую в списке логических символов ее алфавита терминное отрицание. Это позволило Л. Кэрроллу не рассматривать частноотрицательные высказывания ($S\mathrm{o}P$) как отдельный вид высказываний, так как они, по его представлению, эквивалентны частноутвердительным высказываниям с отрицательным предикатом ($S\mathrm{i}P'$). В предлагаемой статье осуществлена реконструкция силлогистики Льюиса Кэрролла, доказана погружаемость построенной системы в исчисление предикатов посредством «кэрролловской» интерпретации категорических высказываний. Доказательство основано на полученном нами ранее результате погружаемости системы Негативной фундаметнальной силлогистики в систему Обобщенной позитивной силлогистики а также на факте погружаемости последней в исчисление предикатов.

Ключевые слова: силлогистика, негативные термины, категорические высказывания, аксиоматизация, погружающая функция

В работе предлагается аксиоматизация негативной силлогистики Л. Кэрролла (НКС), и на основе доказательства погружаемости предложенной системы в систему негативной фундаментальной силлогистики (НФС) [1], для которой погружаемость в исчисление предикатов доказана, показывается погружаемость построенной системы в исчисление предикатов.

Л. Кэрроллом была предложена интерпретация категорических высказываний, отличная от фундаментальной — лейбницевской. Высказывание типа i, по его мнению, есть «утверждение о том, что *некоторые реально существующие предметы* являются *одновременно* элементами *обоих* терминов суждения. Отсюда следует, что и *каждый* термин такого суждения, взятый в отдельности, реален (непуст)» [2, с. 215]. Из высказывания типа e «нельзя вывести никакого заключения относительно реальности каждого из терминов в отдельности» [2, с. 216]. Высказывание типа a «содержит аналогичное суждение, начинающееся со слова "некоторые". Следовательно, его необходимо понимать как суждение, утверждающее *реальность каждого* из своих терминов в отдельности» [2, с. 216]. Высказывания типа o не рассматриваются Кэрроллом как особая форма. Он считает их эквивалентными высказываниям «Некоторый S есть не-P», следовательно, предполагается непустота их субъекта. Таким образом, система Кэрролла изначально строится как негативная силлогистика (допускающая терминные отрицания).

Кэрролловское понимание смыслов категорических высказываний выражается в языке логики предикатов следующим образом:

$$
\begin{array}{lll}
SaP & \to & \forall x(Sx \supset Px) \,\&\, \exists x Sx \\
SiP & \to & \exists x(Sx \,\&\, Px) \\
SeP & \to & \forall x(Sx \supset \neg Px)
\end{array}
$$

Силлогистическая теория, законами которой являются формулы, кэрролловские переводы которых доказуемы в исчислении предикатов, аксиоматизируется посредством системы НКС.

В язык НКС входят нелогические термины единственного типа — параметры для простых неотрицательных терминов. Для их обозначения используем символы $\boldsymbol{S}$, $\boldsymbol{P}$, $\boldsymbol{Q}$, $\boldsymbol{M}$, ... Кроме того, в язык силлогистики Кэрролла входят силлогистические константы a, i, e, пропозициональные связки $\&, \vee, \neg, \supset, \equiv$, знак терминного отрицания $'$ и скобки.

Любые параметры для неотрицательных общих терминов — $\boldsymbol{S}$, $\boldsymbol{P}$, $\boldsymbol{Q}$, $\boldsymbol{M}$, ... — есть термы, а также если S — неотрицательный общий термин, то S' — терм. Формулами являются выражения вида SaP, SiP, SeP, SoP, где S и P — произвольные термы. Сложные формулы образуются из простых с помощью пропозициональных связок. (Таким образом, при работе со схемами аксиом мы различаем обозначения для неотрицательных общих терминов — S, P, Q, M, ... и для общих терминов, если и содержащих, то не более одного отрицания, — S, P, Q, M,... Тем самым S, P, Q, M, ... есть соотвественно неотрицательные общие термины S, P, Q, M, ..., содержащие не более одного терминного отрицания или не содержащие такового.)

Схемами аксиом НКС являются:

К0. Схемы аксиом классического исчисления высказываний.

K1. (MaP & SaM) ⊃ SaP	K5. SeP ≡ ¬ SiP
K2. SiP ⊃ PiS	K6. SaP ≡ (SeP' & SiS)
K3. SiP ⊃ SaS	K7. SaP' ≡ (SeP & SiS)
K4. SaP ⊃ SiP	K8. $SiS \vee S'iS'$

R1. *modus ponens.*

При доказательстве погружаемости системы негативной силлогистики Л. Кэрролла (НКС) в систему негативной фундаментальной силлогистики (НФС) будем использовать критерий, предложенный В.А. Смирновым [5]:

Исчисление S_1 погружается в исчисление S_2 посредством функции ψ_1 (из множества формул S_1 в множество формул S_2), если и только если:

(1) для каждой формулы A языка S_1 имеет место $S_1 \vdash A \Rightarrow S_2\psi_1(A)$; существует функция ψ_2 из множества формул S_2 в множество формул S_1, такая что

(2) для каждой формулы A языка S_2 имеет место
$S_2 \vdash A \Rightarrow S_1 \vdash \ \psi_2(A)$,

(3) для каждой формулы A языка S_1 имеет место
$S_1 \vdash (A \equiv \psi_2\ (\psi_1(A)))$.

Воспользуемся данным критерием применительно к случаю, когда S_1 есть система НКС, а S_2 — система НФС.

Язык негативной фундаментальной силлогистики отличается от языка негативной силлогистики Л. Кэрролла тем, что в нем допустимы общие термины с произвольным количеством отрицаний — $S, S', S'', S''', \ldots$ (Опять же различаем обозначения для неотрицательных общих терминов — $S, P, Q, M, \ldots$, и для общих терминов с произвольным количеством отрицаний — S, P, Q, M,...).

Постулатами исчисления НФС являются:

Ф0. Схемы аксиом классического исчисления высказываний.

Ф1. (MaP & SaM) ⊃ SaP	Ф6. SoP ≡ ¬ SaP
Ф2. SiP ⊃ PiS	Ф7. SaP ≡ SeP′
Ф3. SaS	Ф8. SiP ≡ SiP″
Ф4. SiP ⊃ SiS	Ф9. SiS ∨ S′iS′
Ф5. SeP ≡ ¬ SiP	R1. *modus ponens.*

Определим перевод ψ_1 из НКС в НФС:

$\psi_1(\mathrm{S}a\mathrm{P}) = \mathrm{S}a\mathrm{P}\ \&\ \mathrm{S}i\mathrm{S}$
$\psi_1(\mathrm{S}i\mathrm{P}) = \mathrm{S}i\mathrm{P}$
$\psi_1(\mathrm{S}e\mathrm{P}) = \mathrm{S}e\mathrm{P}$
$\psi_1(\neg \mathrm{A}) = \neg\psi_1(\mathrm{A})$
$\psi_1(\mathrm{A}\bullet \mathrm{B}) = \psi_1(\mathrm{A}) \bullet \psi_1(\mathrm{B})$, где $\bullet$ — любая бинарная связка.

Индукцией по длине доказательства формулы A в системе НКС покажем, что часть (1) критерия Смирнова выполняется:
$\dot{\forall}\mathrm{A}(\text{НКС} \vdash \mathrm{A} \Rightarrow \text{НФС} \vdash \psi_1(\mathrm{A}))$.

K0. Переводы аксиом K0 также являются аксиомами исчисления высказываний, поэтому они доказуемы в НФС.

ψ_1-переводы аксиом K2, K5, K8 системы НКС — суть аксиомы Ф2, Ф5, Ф8 системы НФС соответственно.

K1. $(\mathrm{M}a\mathrm{P}\ \&\ \mathrm{S}a\mathrm{M}) \supset \mathrm{S}a\mathrm{P}$
$\psi_1((\mathrm{M}a\mathrm{P}\ \&\ \mathrm{S}a\mathrm{M}) \supset \mathrm{S}a\mathrm{P}) = (\mathrm{M}a\mathrm{P}\ \&\ \mathrm{M}i\mathrm{M}\ \&\ \mathrm{S}a\mathrm{M}\ \&\ \mathrm{S}i\mathrm{S}) \supset (\mathrm{S}a\mathrm{P}\ \&\ \mathrm{S}i\mathrm{S})$

1. $(\mathrm{M}a\mathrm{P}\ \&\ \mathrm{S}a\mathrm{M}) \supset \mathrm{S}a\mathrm{P}$	Ф1
2. $(\mathrm{M}a\mathrm{P}\ \&\ \mathrm{S}a\mathrm{M}\ \&\ \mathrm{S}i\mathrm{S}) \supset (\mathrm{S}a\mathrm{P}\ \&\ \mathrm{S}i\mathrm{S})$	1, ЛВ
3. $(\mathrm{M}a\mathrm{P}\ \&\ \mathrm{M}i\mathrm{M}\ \&\ \mathrm{S}a\mathrm{M}\ \&\ \mathrm{S}i\mathrm{S}) \supset (\mathrm{S}a\mathrm{P}\ \&\ \mathrm{S}i\mathrm{S})$	2, ЛВ

K3. $\mathrm{S}i\mathrm{P} \supset \mathrm{S}a\mathrm{S}$
$\psi_1(\mathrm{S}i\mathrm{P} \supset \mathrm{S}a\mathrm{S}) = \mathrm{S}i\mathrm{P} \supset (\mathrm{S}a\mathrm{S}\ \&\ \mathrm{S}i\mathrm{S})$

1. $\mathrm{S}a\mathrm{S}$	Ф3
2. $\mathrm{S}i\mathrm{P} \supset \mathrm{S}i\mathrm{S}$	Ф4
3. $\mathrm{S}i\mathrm{P} \supset (\mathrm{S}a\mathrm{S}\ \&\ \mathrm{S}i\mathrm{S})$	1, 2, ЛВ

K4. $\mathrm{S}a\mathrm{P} \supset \mathrm{S}i\mathrm{P}$
$\psi_1(\mathrm{S}a\mathrm{P} \supset \mathrm{S}i\mathrm{P}) = (\mathrm{S}a\mathrm{P}\ \&\ \mathrm{S}i\mathrm{S}) \supset \mathrm{S}i\mathrm{P}$

1. $(\mathrm{P}a\mathrm{S}'\ \&\ \mathrm{S}a\mathrm{P}) \supset \mathrm{S}a\mathrm{S}'$	Ф1
2. $(\mathrm{S}a\mathrm{P}\ \&\ \neg\ \mathrm{S}a\mathrm{S}') \supset \neg\ \mathrm{P}a\mathrm{S}'$	1, ЛВ
3. $\mathrm{S}a\mathrm{S}' \equiv \mathrm{S}e\mathrm{S}''$	Ф7
4. $\mathrm{P}a\mathrm{S}' \equiv \mathrm{P}e\mathrm{S}''$	Ф7
5. $\mathrm{S}e\mathrm{S}'' \equiv \neg\ \mathrm{S}i\mathrm{S}''$	Ф5
6. $\mathrm{P}e\mathrm{S}'' \equiv \neg\ \mathrm{P}i\mathrm{S}''$	Ф5
7. $\mathrm{S}i\mathrm{S} \equiv \mathrm{S}i\mathrm{S}''$	Ф8
8. $\mathrm{P}i\mathrm{S} \equiv \mathrm{P}i\mathrm{S}''$	Ф8
9. $\mathrm{P}i\mathrm{S} \supset \mathrm{S}i\mathrm{P}$	Ф2
10. $(\mathrm{S}a\mathrm{P}\ \&\ \mathrm{S}i\mathrm{S}) \supset \mathrm{S}i\mathrm{P}$	2–9, ЛВ

K6. $\mathrm{S}aP \equiv (\mathrm{S}eP' \,\&\, \mathrm{S}i\mathrm{S})$

$\psi_1(\mathrm{S}aP \equiv (\mathrm{S}eP' \,\&\, \mathrm{S}i\mathrm{S})) = (\mathrm{S}aP \,\&\, \mathrm{S}i\mathrm{S}) \equiv (\mathrm{S}eP' \,\&\, \mathrm{S}i\mathrm{S})$

1. $\mathrm{S}aP \equiv \mathrm{S}eP'$	Ф7
2. $(\mathrm{S}aP \,\&\, \mathrm{S}i\mathrm{S}) \equiv (\mathrm{S}eP' \,\&\, \mathrm{S}i\mathrm{S})$	1, ЛВ

K7. $\mathrm{S}aP' \equiv (\mathrm{S}eP \,\&\, \mathrm{S}i\mathrm{S})$

$\psi_1(\mathrm{S}aP' \equiv (\mathrm{S}eP \,\&\, \mathrm{S}i\mathrm{S})) = (\mathrm{S}aP' \,\&\, \mathrm{S}i\mathrm{S}) \equiv (\mathrm{S}eP \,\&\, \mathrm{S}i\mathrm{S})$

1. $\mathrm{S}aP' \equiv \mathrm{S}eP''$	Ф7
2. $\mathrm{S}eP'' \equiv \neg\, \mathrm{S}iP''$	Ф5
3. $\mathrm{S}iP \equiv \mathrm{S}iP''$	Ф8
4. $\mathrm{S}eP \equiv \neg\, \mathrm{S}iP$	Ф5
5. $\mathrm{S}aP' \equiv \mathrm{S}eP$	1–4, ЛВ
6. $(\mathrm{S}aP' \,\&\, \mathrm{S}i\mathrm{S}) \equiv (\mathrm{S}eP \,\&\, \mathrm{S}i\mathrm{S})$	5, ЛВ

Легко показать также справедливость следующего утверждения:

$$\text{НФС} \vdash \psi_1(\mathrm{A} \supset \mathrm{B}) \text{ и } \text{НФС} \vdash \psi_1(\mathrm{A}) \Rightarrow \text{НФС} \vdash \psi_1(\mathrm{B}).$$

Действительно, $\psi_1(\mathrm{A} \supset \mathrm{B}) = \psi_1(\mathrm{A}) \supset \psi_1(\mathrm{B})$, а правило *modus ponens* имеется в НФС. Таким образом, часть (1) критерия Смирнова выполняется.

Для доказательства частей (2) и (3) указанного критерия необходимо сформулировать обратный перевод из системы НФС в систему НКС. Для этого нам потребуется первоначально задать функцию υ, которая сопоставляет термам языка НФС термы языка НКС:

$\upsilon(\mathrm{S}) = S$, если число вхождений терминного отрицания в терм S четно или S не содержит отрицаний;

$\upsilon(\mathrm{S}) = S'$, если число вхождений терминного отрицания в терм S нечетно.

Тогда перевод ψ_2 из языка НФС в язык НКС с учетом наличия функции υ осуществляется следующим образом:

$\psi_2(\mathrm{S}a\mathrm{P}) = \psi_2(\upsilon(\mathrm{S})a\upsilon(\mathrm{P})) = \mathrm{S}a\mathrm{P} \vee \neg\mathrm{S}i\mathrm{S}$
$\psi_2(\mathrm{S}i\mathrm{P}) = \psi_2(\upsilon(\mathrm{S})i\upsilon(\mathrm{P})) = \mathrm{S}i\mathrm{P}$
$\psi_2(\mathrm{S}e\mathrm{P}) = \psi_2(\upsilon(\mathrm{S})e\upsilon(\mathrm{P})) = \mathrm{S}e\mathrm{P}$
$\psi_2(\mathrm{S}o\mathrm{P}) = \psi_2(\upsilon(\mathrm{S})o\upsilon(\mathrm{P})) = \neg\mathrm{S}a\mathrm{P} \,\&\, \mathrm{S}i\mathrm{S}$
$\psi_2(\neg\mathrm{A}) = \neg\psi_2(\mathrm{A})$
$\psi_2(\mathrm{A}\bullet \mathrm{B}) = \psi_2(\mathrm{A}) \bullet \psi_2(\mathrm{B})$

Покажем выполнение части (2) критерия Смирнова:
$\dot{\forall}\mathrm{A}(\text{НФС} \vdash \mathrm{A} \Rightarrow \text{НКС} \vdash \psi_2(\mathrm{A}))$. При этом используем тот же метод доказательства, что и в части (1). Главное показать, что ψ_2-переводы всех силлогистических аксиом системы НФС являются теоремами НКС.

Ф0. Переводы аксиом Ф0 также являются аксиомами исчисления высказываний, поэтому они доказуемы в НКС.

ψ_2-переводы аксиом Ф2, Ф5 системы НФС суть аксиомы К2, К5 системы НКС соответственно.

Ф1. (MaP & SaM) ⊃ SaP

ψ_2(Ф1) = ((MaP ∨ ¬MiM) & (SaM ∨ ¬SiS)) ⊃ (SaP ∨ ¬SiS)

1. (MaP & SaM) ⊃ SaP	К1
2. SaM ⊃ SiM	К4
3. SiM ⊃ MiS	К2
4. MiS ⊃ MaM	К3
5. MaM ⊃ MiM	К4
6. SaM ⊃ MiM	2, 3, 4, 5, ЛВ
7. ((MaP ∨ ¬MiM) & SaM) ⊃ SaP	1, 6, ЛВ
8. ((MaP ∨ ¬MiM) & (SaM ∨ ¬SiS) & SiS) ⊃ SaP	7, ЛВ
9. ((MaP ∨ ¬MiM) & (SaM ∨ ¬SiS)) ⊃ (SaP ∨ ¬SiS)	8, ЛВ

Ф3. SaS

ψ_2(Ф3) = SaS ∨ ¬SiS

1. SiS ⊃ SaS	К3
2. SaS ∨ ¬SiS	1, ЛВ

Ф4. SiP ⊃ SiS

ψ_2(Ф4) = SiP ⊃ SiS

1. SiP ⊃ SaS	К3
3. SaS ⊃ SiS	К4
2. SiP ⊃ SiS	1, ЛВ

Ф6. SoP ≡ ¬SaP

ψ_2(Ф6) = (¬SaP & SiS) ≡ ¬(SaP ∨ ¬SiS)

1. (¬SaP & SiS) ≡ (¬SaP & SiS)	закон ЛВ
2. (¬SaP & SiS) ≡ ¬(SaP ∨ ¬SiS)	1, ЛВ

Ф7. SaP ≡ SeP′

Если число вхождений терминного отрицания в терм P четно или P не содержит отрицаний, то

$\psi_2(\Phi7) = \psi_2((\upsilon(\mathrm{S})a\upsilon(\mathrm{P}) \vee \neg\upsilon(\mathrm{S})i\upsilon(\mathrm{S})) \equiv \upsilon(\mathrm{S})e\upsilon(\mathrm{P}')) = (\mathrm{S}aP \vee \neg \mathrm{S}i\mathrm{S}) \equiv \mathrm{S}eP'$

1. $SaP \equiv (SeP' \,\&\, SiS)$ К6
2. $(SaP \vee \neg SiS) \equiv ((SeP' \,\&\, SiS) \vee \neg SiS)$ 1, ЛВ
3. $(SaP \vee \neg SiS) \equiv (SeP' \vee \neg SiS)$ 2, ЛВ
4. $\neg SeP' \equiv \neg SeP'$ закон ЛВ
5. $SeP' \equiv \neg SiP'$ К5
6. $SiP' \supset SaS$ К3
7. $SaS \supset SiS$ К4
8. $\neg SeP' \equiv (\neg SeP' \,\&\, SiS)$ 4-7, ЛВ
9. $(SeP' \vee \neg SiS) \equiv SeP'$ 8, ЛВ
10. $(SaP \vee \neg SiS) \equiv SeP'$ 3, 9, ЛВ

Если число вхождений терминного отрицания в терм P нечетно, то
$\psi_2(\Phi7) = (SaP' \vee \neg SiS) \equiv SeP$

1. $SaP' \equiv (SeP \,\&\, SiS)$ К7
2. $(SaP' \vee \neg SiS) \equiv ((SeP \,\&\, SiS) \vee \neg SiS)$ 1, ЛВ
3. $(SaP' \vee \neg SiS) \equiv (SeP \vee \neg SiS)$ 2, ЛВ
4. $\neg SeP \equiv \neg SeP$ закон ЛВ
5. $SeP \equiv \neg SiP$ К5
6. $SiP \supset SaS$ К3
7. $SaS \supset SiS$ К4
8. $\neg SeP \equiv (\neg SeP \,\&\, SiS)$ 4-7, ЛВ
9. $(SeP \vee \neg SiS) \equiv SeP$ 8, ЛВ
10. $(SaP' \vee \neg SiS) \equiv SeP$ 3, 9, ЛВ

Ф8. $SeP \equiv SeP''$

$\psi_2(\Phi8) = \psi_2(\upsilon(S)e\upsilon(P) \equiv \upsilon(S)e\upsilon(P'')) = SeP \equiv SeP$

1. $SeP \equiv SeP$ закон ЛВ

Ф9. $SiS \vee S'iS'$

Если число вхождений терминного отрицания в терм S четно или S не содержит отрицаний, то
$\psi_2(\Phi9)$ есть аксиома К8.

Если число вхождений терминного отрицания в терм S нечетно, то
$\psi_2(\Phi9) = \psi_2(\upsilon(S)i\upsilon(S) \vee \upsilon(S')i\upsilon(S')) = S'iS' \vee SiS.$
И в силу коммутативности дизъюнкции имеем К8.

Доказательство части (2) критерия Смирнова завершено.

Часть (3) указанного критерия — $\dot{\forall}A(\text{НКС} \vdash (A \equiv \psi_2(\psi_1(A))))$ — доказывается индукцией по числу вхождений логических связок в формулу A.

1. A есть SaP

Тогда $\psi_2(\psi_1(SaP)) = \psi_2(SaP \,\&\, SiS) = (SaP \vee \neg SiS) \,\&\, SiS$.

Необходимо показать, что $\mathrm{S}a\mathrm{P} \equiv ((\mathrm{S}a\mathrm{P} \vee \neg \mathrm{S}i\mathrm{S})\ \&\ \mathrm{S}i\mathrm{S})$:

1. $\mathrm{S}a\mathrm{P} \supset \mathrm{S}i\mathrm{P}$	К4
2. $\mathrm{S}i\mathrm{P} \supset \mathrm{S}a\mathrm{S}$	К3
3. $\mathrm{S}a\mathrm{S} \supset \mathrm{S}i\mathrm{S}$	К4
4. $\mathrm{S}a\mathrm{P} \supset \mathrm{S}i\mathrm{S}$	1, 2, 3, ЛВ
5. $\mathrm{S}a\mathrm{P} \equiv \mathrm{S}a\mathrm{P}$	закон ЛВ
6. $\mathrm{S}a\mathrm{P} \equiv (\mathrm{S}a\mathrm{P}\ \&\ \mathrm{S}i\mathrm{S})$	4, 5, ЛВ
7. $\mathrm{S}a\mathrm{P} \equiv ((\mathrm{S}a\mathrm{P}\ \&\ \mathrm{S}i\mathrm{S}) \vee (\neg\mathrm{S}i\mathrm{S}\ \&\ \mathrm{S}i\mathrm{S}))$	6, ЛВ
8. $\mathrm{S}a\mathrm{P} \equiv ((\mathrm{S}a\mathrm{P} \vee \neg\mathrm{S}i\mathrm{S})\ \&\ \mathrm{S}i\mathrm{S})$	7, ЛВ

Следовательно, $\mathrm{S}a\mathrm{P} \equiv \psi_2(\psi_1(\mathrm{S}a\mathrm{P}))$.

2. А есть $\mathrm{S}i\mathrm{P}$.

Тогда $\psi_2(\psi_1(\mathrm{S}i\mathrm{P})) = \mathrm{S}i\mathrm{P}$.

1. $\mathrm{S}i\mathrm{P} \equiv \mathrm{S}i\mathrm{P}$ закон ЛВ

Имеем, $\mathrm{S}i\mathrm{P} \equiv \psi_2(\psi_1(\mathrm{S}i\mathrm{P}))$.

3. А есть $\mathrm{S}e\mathrm{P}$.

Тогда $\psi_2(\psi_1(\mathrm{S}e\mathrm{P})) = \psi_2(\mathrm{S}e\mathrm{P}) = \mathrm{S}e\mathrm{P}$.

1. $\mathrm{S}e\mathrm{P} \equiv \mathrm{S}e\mathrm{P}$ закон ЛВ

Следовательно, $\mathrm{S}e\mathrm{P} \equiv \psi_2(\psi_1(\mathrm{S}e\mathrm{P}))$.

4. Пусть А — сложная формула. Согласно индуктивному допущению утверждение части (3) справедливо для всех собственных подформул А, т.е. имеем: НКС $\vdash (\mathrm{B} \equiv \psi_2(\psi_1(\mathrm{B})))$, где В — произвольная собственная подформула формулы А.

Пусть A есть $\neg B$.

1. $\mathrm{B} \equiv \psi_2(\psi_1(\mathrm{B}))$	Теорема НКС (по инд. допущению)
2. $\neg\mathrm{B} \equiv \neg\psi_2(\psi_1(\mathrm{B}))$	1, ЛВ
3. $\neg\psi_2(\psi_1(\mathrm{B}))$ есть $\psi_2(\psi_1(\neg\mathrm{B}))$	по определению ψ_1 и ψ_2
4. $\neg\mathrm{B} \equiv \psi_2(\psi_1(\neg\mathrm{B}))$	2, 3

Остальные шаги индуктивного перехода доказываются в том же духе.

Таким образом, все три части критерия Смирнова выполняются. Следовательно, НКС погружается в НФС посредством ψ_1. В работе [1] нами показана погружаемость системы НФС в систему обобщенной позитивной силлогистики (ОФС) посредством функции $\boldsymbol{\psi_1}$. В свою очередь В.И. Маркиным доказана погружаемость системы ОФС в исчисление предикатов посредством перевода * [3]. Из данных утверждений получаем, что НКС погружается в исчисление предикатов посредством композиции функций $\psi_1, \boldsymbol{\psi_1}, ^*$. Остается показать, что данная композиция равносильна «кэрролловскому» переводу силлогистических формул.

Напомним, что язык ОФС содержит новые силлогистические константы: u — аналог отношения исчерпываемости и q — аналог отношения неисчерпываемости. В результате появляются два новых типа формул: SuP — «Всякий объект есть S или P» и SqP — «Некий объект не есть ни S, ни P».

Перевод * силлогистических формул ОФС в язык исчисления предикатов задан следующим образом:

$(SaP)^* = \forall x(Sx \supset Px)$ $\quad$ $(SiP)^* = \exists x(Sx \,\&\, Px)$
$(SeP)^* = \forall x(Sx \supset \neg Px)$ $\quad$ $(SoP)^* = \exists x(Sx \,\&\, \neg Px)$
$(SuP)^* = \forall x(Sx \vee Px)$ $\quad$ $(SqP)^* = \exists x(\neg Sx \,\&\, \neg Px)$
$(\neg \mathrm{A})^* = \neg(\mathrm{A})^*$ $\quad$ $(\mathrm{A} \bullet \mathrm{B})^* = (\mathrm{A})^* \bullet (\mathrm{B})^*$,

где $\bullet$ — любая бинарная связка.

Перевод $\boldsymbol{\psi_1}$ из НФС в ОФС имеет следующий вид:

$\boldsymbol{\psi_1}(SaP) = SaP$ $\quad$ $\boldsymbol{\psi_1}(SiP) = SiP$
$\boldsymbol{\psi_1}(SaP') = SeP$ $\quad$ $\boldsymbol{\psi_1}(SiP') = SoP$
$\boldsymbol{\psi_1}(S'aP) = SuP$ $\quad$ $\boldsymbol{\psi_1}(S'iP) = PoS$
$\boldsymbol{\psi_1}(S'aP') = PaS$ $\quad$ $\boldsymbol{\psi_1}(S'iP') = SqP$
$\boldsymbol{\psi_1}(SeP) = SeP$ $\quad$ $\boldsymbol{\psi_1}(SoP) = SoP$
$\boldsymbol{\psi_1}(SeP') = SaP$ $\quad$ $\boldsymbol{\psi_1}(SoP') = SiP$
$\boldsymbol{\psi_1}(S'eP) = PaS$ $\quad$ $\boldsymbol{\psi_1}(S'oP) = SqP$
$\boldsymbol{\psi_1}(S'eP') = SuP$ $\quad$ $\boldsymbol{\psi_1}(S'oP') = PoS$
$\boldsymbol{\psi_1}(\neg \mathrm{A}) = \neg\psi_1(\mathrm{A})$ $\quad$ $\boldsymbol{\psi_1}(\mathrm{A} \bullet \mathrm{B}) = \boldsymbol{\psi_1}(\mathrm{A}) \bullet \boldsymbol{\psi_1}(\mathrm{B})$,

где $\bullet$ — любая бинарная связка.

Покажем, что композиция функций $\psi_1, \boldsymbol{\psi_1},^*$ равносильна «кэрролловскому» переводу силлогистических формул:

$$
\begin{aligned}
(\boldsymbol{\psi_1}(\psi_1(SaP)))^* &= (\boldsymbol{\psi_1}(SaP \,\&\, SiS))^* = (SaP \,\&\, SiS)^* = \\
&= \forall x(Sx \supset Px) \,\&\, \exists x(Sx \,\&\, Sx) \equiv \forall x(Sx \supset Px) \,\&\, \exists x Sx \\
(\boldsymbol{\psi_1}(\psi_1(SaP')))^* &= (\boldsymbol{\psi_1}(SaP' \,\&\, SiS))^* = \\
&= (SeP \,\&\, SiS)^* = \forall x(Sx \supset \neg Px) \,\&\, \exists x(Sx \,\&\, Sx) \equiv \\
&\equiv \forall x(Sx \supset \neg Px) \,\&\, \exists x Sx \\
(\boldsymbol{\psi_1}(\psi_1(S'aP)))^* &= (\boldsymbol{\psi_1}(S'aP \,\&\, S'iS'))^* = \\
&= (SuP \,\&\, SqS)^* = \forall x(Sx \vee Px) \,\&\, \exists x(\neg Sx \,\&\, \neg Sx) \equiv \\
&\equiv \forall x(\neg Sx \supset Px) \,\&\, \exists x \neg Sx \\
(\boldsymbol{\psi_1}(\psi_1(S'aP')))^* &= (\boldsymbol{\psi_1}(S'aP' \,\&\, S'iS'))^* = (PaS \,\&\, SqS)^* = \\
&= \forall x(Px \supset Sx) \,\&\, \exists x(\neg Sx \,\&\, \neg Sx) \equiv \\
&\equiv \forall x(\neg Sx \supset \neg Px) \,\&\, \exists x \neg Sx
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
(\boldsymbol{\psi_1}(\psi_1(SiP)))^* &= (\boldsymbol{\psi_1}(SiP))^* = (SiP)^* = \exists x(Sx \,\&\, Px) \\
(\boldsymbol{\psi_1}(\psi_1(SiP')))^* &= (\boldsymbol{\psi_1}(SiP'))^* = (SoP)^* = \exists x(Sx \,\&\, \neg Px)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
(\boldsymbol{\psi_1}(\psi_1(S'iP)))^* &= (\boldsymbol{\psi_1}(S'iP))^* = (PoS)^* = \exists x(Px \,\&\, \neg Sx) \equiv \\
&\equiv \exists x(\neg Sx \,\&\, Px) \\
(\boldsymbol{\psi_1}(\psi_1(S'iP')))^* &= (\boldsymbol{\psi_1}(S'iP'))^* = (SqP)^* = \exists x(\neg Sx \,\&\, \neg Px) \\
\\
(\boldsymbol{\psi_1}(\psi_1(SeP)))^* &= (\boldsymbol{\psi_1}(SeP))^* = (SeP)^* = \forall x(Sx \supset \neg Px) \\
(\boldsymbol{\psi_1}(\psi_1(SeP')))^* &= (\boldsymbol{\psi_1}(SeP'))^* = (SaP)^* = \forall x(Sx \supset Px) \equiv \\
&\equiv \forall x(Sx \supset \neg\neg Px) \\
(\boldsymbol{\psi_1}(\psi_1(S'eP)))^* &= (\boldsymbol{\psi_1}(S'eP))^* = (PaS)^* = \forall x(Px \supset Sx) \equiv \\
&\equiv \forall x(\neg Sx \supset \neg Px) \\
(\boldsymbol{\psi_1}(\psi_1(S'eP')))^* &= (\boldsymbol{\psi_1}(S'eP'))^* = (SuP)^* = \forall x(Sx \vee Px) \equiv \\
&\equiv \forall x(\neg Sx \supset \neg\neg Px)
\end{aligned}
$$

Итак, композиция функций $\psi_1, \boldsymbol{\psi_1}, {}^*$ равносильна «кэрролловскому» переводу силлогистических формул.

Литература

[1] *Ильин А.А* Негативная фундаментальная силлогистика // Тр. научно-исслед. семинара логического центра Ин-та философии РАН. 2000. Вып. 15. С. 128–138.

[2] *Кэрролл Л.* Символическая логика // История с узелками. М.: Мир, 2001. С. 189–361.

[3] *Маркин В.И.* Обобщенная позитивная силлогистика // Логические исследования. Вып. 6. М.: РОССПЭН, 1999. С. 241–258.

[4] *Маркин В.И.* Силлогистические теории в современной логике. М.: МГУ, 1991. 96 с.

[5] *Смирнов В.А.* Логические методы анализа научного знания. М., 1987. 264 с.

A.A. Ilyin

Lewis Carroll's Syllogistic with Negative Terms

Ilyin Aleksey Alekseevich
Department of Logic, Faculty of Philosophy, Lomonosov Moscow State University.
27-4 Lomonosovsky prospekt, GSP-1, Moscow, 119991, Russian Federation.
E-mail: alexeevich@inbox.ru

Lewis Carroll was an author of original syllogistic theory which is different from Traditional syllogistic. Carroll's system contains term negation, so it made him possible to eliminate *o*-type propositions (SoP) treating them as a kind of *i*-type propositions (SiP'). We set out the following axiom schemes for Carroll's syllogistic: (MaP & SaM) $\supset$ SaP, SiP $\supset$ PiS, SiP $\supset$ SaS, SaP $\supset$ SiP, SeP $\equiv$ $\neg$SiP, SaP $\equiv$ (SeP' & SiS), SaP' $\equiv$ (SeP & SiS), $SiS \vee S'iS'$. We prove that this system embeds into the Predicate calculus by the following interpretation (equivalent to Carroll's understanding) of categorical propositions: $SaP \rightarrow (\forall x(Sx \supset Px) \,\&\, \exists x Sx)$, $SiP \rightarrow \exists x(Sx \,\&\, Px)$, $SeP \rightarrow \forall x(Sx \supset \neg Px)$.

Keywords: syllogistic, negative terms, categorical propositions, embedding function

References

[1] Ilyin, A.A. "Negativnaya fundamentalnaya sillogistika" [Negative Fundamental Syllogistic], *Logicheskie issledovanija* [Logical Investigations], 2000, vol. 15, pp. 128–138/ (In Russian)

[2] Carroll, L. "Simvolicheskaya logika" [Symbolic Logic], *Istoriya s uzelkami* [A Tangled Tale]. Moscow: Mir, 2001, pp. 189–361. (In Russian)

[3] Markin, V.I. "Obobshennaya pozitivnaya sillogistika" [Generalized Pozitive Syllogistic], *Logicheskie issledovanija*, [Logical Investigations], 1999, vol. 6, pp. 241–258. (In Russian)

[4] Markin, V.I. *Sillogisticheskie teorii v sovremennoy logike* [Syllogistic Theories in Modern Logic]. Moscow: MSU, 1991. 96 pp. (In Russian)

[5] Smirnov, V.A. *Logicheskie metodi analiza nauchnogo znaniya* [Logical Methods of Analysis of Scientific Knowledge]. Moscow, 1987. 264 pp. (In Russian)

Логические исследования
2015. Т. 21. № 2. С. 145–169
УДК 16

Logical Investigations
2015, vol. 21, no 2, pp. 145–169

С.Н. Корсаков

Из истории возрождения логики в СССР в 1941–1946 гг. Часть I[1]

Корсаков Сергей Николаевич
Сектор гуманитарных экспертиз и биоэтики, Институт философии РАН.
119991, Российская Федерация, Москва, ул. Волхонка, д. 14, стр. 5.
E-mail: snkorsakov@yandex.ru

В статье на основе архивных документов рассказывается о начальном этапе возрождения преподавания и изучения логики в СССР в первой половине 1940-х гг. Рассматриваются: беседа Сталина с директором Института философии АН СССР П.Ф. Юдиным о создании учебника логики в 1941 г., ход и итоги обсуждения учебников логики В.Ф. Асмуса и Э.Я. Кольмана в Институте философии АН СССР в 1943 г., обсуждение вопроса о переиздании учебника логики Г.И. Челпанова в Институте философии АН СССР в 1943 г., работа Курсов для подготовки преподавателей логики в вузах и школах Минвуза СССР в 1946 г.

Ключевые слова: логика, советская философия, Институт философии, сталинизм

1. Введение

Во второй половине 1920-х гг. в советской философии лидирующие позиции занимали диалектики, сторонники и ученики академика А.М. Деборина. Они были вдохновлены идеей создания теории диалектики, которая позволяла бы отражать в мышлении объективные противоречия и процессы развития. К несчастью, сама формулировка задачи несколько дезориентировала этих философов. Учение о мышлении — логика. Деборинцы стали разрабатывать диалектическую логику. В результате дискурс сместился в негатив: вместо разработки диалектики стали бороться с формальной логикой. При этом не понимали, что это не смежные, тем более не конкурирующие сферы исследований, а области с кардинально разными задачами, находящиеся в разных сферах исследования. Термин «диалектическая логика» имеет право на существование, но те, кто ею занимаются, должны исходить из того, что их задача — не просто изучение мышления о противоречиях, а изучение закономерностей противоречивого развития реальности во всех её измерениях: в мышлении, в обществе, в природе. В этом смысле закономерности диалектической логики не являются сугубыми закономерностями

[1]При поддержке РГНФ. Проект № 15-03-00244 «Институт философии РАН в период сталинизма».

мышления, а потому её нельзя противопоставлять логике в собственном смысле слова.

Вскоре деборинцев разгромили, а потом и физически уничтожили. Им на смену Сталин привёл Митина и ему подобных. Они не знали ни формальной логики, ни гегелевской диалектики. Но помнили, что гегелевская диалектика — один из источников марксизма. Поэтому, чтобы считаться марксистами, они продолжили громить формальную логику. В 1933 г. под редакцией Митина вышел учебник «Диалектический и исторический материализм». По нему учили философию во всех вузах и совпартшколах. В учебнике было сказано, что формальная логика — результат малоподвижных форм общественной жизни, таких, как феодальный строй. Логику «используют в своих классовых интересах учёные лакеи буржуазии», чтобы обосновать метафизическое воззрение на мир. «Включать формальную логику в качестве момента в диалектическую логику так же нелепо, как объявлять алхимию моментом химии, астрологию моментом астрономии», — утверждали авторы учебника [36, с. 224]. За изучение формальной логики досталось «идеалисту Асмусу, пригретому меньшевиствующими идеалистами», который со своей логикой «помогает механистам и меньшевиствующим идеалистам обосновывать метафизику оппортунизма и контрреволюционного троцкизма» [Там же]. Мысль у Митина и его соратников выруливала на публичный донос, не задерживаясь на головокружительных поворотах. Современный читатель, по счастью, не понимает, что «контрреволюционный троцкизм» — не эвфемизм, он был прописан в УК как расстрельная статья. Поскольку же он был ложным понятием, под него можно было подводить что угодно, в том числе — науку логику. Пострадать же от этого могли совершенно конкретные люди из плоти и крови, совсем не занимавшиеся политикой.

Логикой в это время занимались лишь немногие энтузиасты. В 1935 г. заведующий кафедрой философии Калининского пединститута А.В. Савинов напечатал в «Известиях» своего пединститута работу о логической теории индукции [46]. В ней он подверг критике теорию всеиндуктивизма в логике.

Оставалась возможность заниматься логикой в рамках истории философии. Б.А. Фохт перевёл для сборника текстов античных философов, который в 1935 г. готовился кафедрой истории философии философского факультета МИФЛИ, несколько отрывков из логических сочинений Аристотеля [4]. Через пять лет они были переизданы [1]. Работавший на той же кафедре А.В. Кубицкий опубликовал в 1937 г. в

Трудах МИФЛИ свои переводы «Категорий» Аристотеля [2] и «Введения» Порфирия [32] и аналитическую статью к ним [40]. В 1939 г. уже после смерти А.В. Кубицкого его перевод «Категорий» вышел отдельным изданием [3] и получил положительные отзывы в печати [32].

Неожиданно, как это часто бывает в России, положение с изучением и преподаванием логики радикально изменилось. Старшее поколение философов помнит, что возрождение логики в нашей стране произошло в середине 1940-х гг. Именно тогда сформировались кадры логиков, которые определяли развитие этой науки в последующие десятилетия. Существует ряд работ, посвящённых тому, как происходил процесс возрождения логики [25, 27, 28, 43]. Однако вопрос, в целом, недостаточно исследован. Чтобы представлять себе реальную картину событий, надо обратиться к архивным источникам и научной периодике тех лет. Настоящая статья частично восполняет указанный пробел и даёт общий обзор событий, связанных с возрождением логики.

2. Беседа Сталина с директором Института философии АН СССР П.Ф. Юдиным 29 мая 1941 г.

29 мая 1941 г. Сталин вызвал к себе директора Института философии П.Ф. Юдина и дал Институту задание подготовить учебник логики для старших классов средней школы.

Позже Юдин рассказывал, что вызов предваряла записка, якобы посланная Сталину сотрудниками Института, в которой будто бы предлагалось создать такой учебник и даже был приложен его план-проспект. Поверить в эту легенду нельзя. В Советском Союзе ведь и цены повышались «по многочисленным просьбам трудящихся». А уж Юдин как искусный царедворец прекрасно знал, что в сталинской системе инициатива наказуема, причём — вплоть до расстрела. Реальная связь событий достаточно ясно вырисовывается из того же самого рассказа Юдина о приёме у Сталина [9, л. 54 и сл.]. План-проспект был, но он был подготовлен по заданию сверху.

В кабинете Сталина Юдин увидел, что на столе разложено несколько учебников логики, выходивших в России до революции. Здесь были и Минто, и Джевонс, и Г.Е. Струве, и Г.И. Челпанов. Сталин как хороший актёр любил время от времени блеснуть перед случайными посетителями начитанностью. И Сталин стал жаловаться Юдину на свою тяжкую долю главы государства: «Приходит руководящий работник, нарком — очень много времени приходится, чтоб понять, чего он хочет. На коллегиях наркоматов из-за этого тратится много времени». Между прочим, по одной из легенд какой-то нарком спросил однажды: как докладывать вопрос — коротко или подробно? «Как хотите, — ответил Сталин, — Можете коротко, можете подробно, но регламент Ваш три минуты» [29, с. 184].

«Логику не преподают — люди не умеют последовательно рассуждать, путают понятия. Не учили детей с детства правильно, последовательно логически мыслить», — говорил Сталин Юдину. Сталин взял план-проспект, который составили в Институте философии по всем правилам четвёртой главы «Краткого курса», и раскритиковал его. Прагматик Сталин наставительно сказал Юдину: «Не делится логика на буржуазную и пролетарскую», — и, как свидетельствовал Юдин, посмеялся над теми, кто этого не понимает. «Люди мыслят одинаково. Их нужно научить элементарно мыслить». Досталось плану-проспекту и за сравнение формальной логики с диалектической. Первый раздел плана — «Марксистская теория познания. Диалектическая и формальная логика» — Сталин приказал убрать и оставить только элементарную логику. «Возьмите за основу учебник Челпанова, осовременьте его, — сказал Сталин, и, показав на старые учебники, добавил, — Их надо использовать, и не бойтесь их использовать как следует».

Рассказ Юдина ярко характеризует мотивы, которыми Сталин руководствовался, и вытекающие отсюда установки, на которые должны были ориентироваться философы. Сталина интересовали чисто практические соображения, главным из которых было научить руководящих работников докладывать ясно и последовательно. Поэтому он дал указание ограничиться изложением элементарных законов мышления. Сказалась и давняя неприязнь вождя к диалектике, приобретённая им в результате безуспешных занятий гегелевской диалектикой со Стэном. Собственное развитие логической науки его не интересовало, и он прямо повелел: «Расскажите об этом только без всяких ваших философских выкрутас. Могут ли у Вас люди написать по-человечески, чтобы было доступно людям понять логику. Так и передайте, чтобы простым человеческим языком рассказали об элементарных законах мышления» [9].

3. Подготовка и обсуждение учебников логики В.Ф. Асмуса и Э.Я. Кольмана

Полученное Юдиным задание кардинально меняло все привычные установки. Нужно было срочно написать учебник формальной логики. Но кому можно это поручить? Специалистов по логике не готовили уже двадцать лет. Выбор у Юдина был невелик. Либо обратиться к человеку с дореволюционным философским образованием, либо найти автора области, смежной с логикой. Он так и поступил, для верности поручив писать учебник сразу двум авторам: В.Ф. Асмусу и Э.Я. Кольману.

В.Ф. Асмус в 1915 г. во втором семестре своего обучения в Киевском университете слушал курс логики у В.В. Зеньковского, строившего лекции по идеям М.И. Каринского [34, с. 225–226]. Первая книга В.Ф. Асмуса затрагивала вопросы логики [23]. Позже он напечатал несколько работ, в которых затрагивались вопросы логики [24].

На руках Э.Я. Кольмана крови коллег-философов, быть может, не меньше, чем на тех же Митине и Юдине. Но философию математики, включая вопросы математической логики, он знал и был человеком умным и пишущим.

В.Ф. Асмус и Э.Я. Кольман взялись за работу. Кольман был сотрудником Института философии. Асмус был привлечён для выполнения работ по учебнику логики. Первый машинописный вариант учебника Асмус написал ещё до эвакуации института. В ночь с 15 на 16 октября 1941 г. Юдин поднял с постелей своих сотрудников и сумел организовать их выезд в эвакуацию. Среди прочих уехал и Кольман. После долгих мытарств они осели в Алма-Ате. Во время эвакуации Асмуса искали, не могли найти. Решили, что он эвакуировался самостоятельно. Асмус же не стал никуда уезжать ни с Академией наук, ни с МИФЛИ, и остался в Москве.

Весной 1942 г. Институт философии оформился в составе двух отделений: Алма-Атинского и Московского. В Москве не осталось почти никого из сотрудников. Но Юдин, главным местом работы которого был не Институт, а ЦК партии, продолжал находиться в Москве. Чтобы как-то поддерживать работу Института, он на началах совместительства зачислил в его Московское отделение преподавателей философского факультета МГУ Г.Г. Андреева, В.Ф. Асмуса и Б.С. Чернышёва. Теперь работа над учебником логики шла в Институте действительно параллельно: в Алма-Ате готовил свой вариант Кольман, а в Москве — Асмус.

Подготовка учебника не была только их персональным делом. Учебник Кольмана обсуждали все сотрудники Алма-Атинского отделения, и занимались им много. Основательно проштудировали его, дали подробные, развёрнутые рецензии, учитывая которые, Кольман принялся дорабатывать учебник [7, л. 25]. В результате Кольман значительно переработал свой учебник. Макет учебника был размножен для обсуждения (М., 1942. 176 с.).

На первый вариант учебника Асмуса отзыв написал П.С. Попов. Новый вариант учебника Асмуса был размножен в виде макета для обсуждения (М., 1942. 181 с.).

В январе 1943 г. обсуждение макета прошло на философском факультете МГУ. Практически все участники обсуждения пришли к выводу, что учебное пособие трудновато для усвоения и отличается отвлечённостью содержания. Автор увлекается подробностями и деталями формалистического порядка, у него нет лаконичности. Как учебное пособие книга «тяжела».

И Кольман, и Асмус опробовали свои учебники в преподавании. Асмус вёл экспериментальные занятия по логике в 29-й школе Фрунзенского района Москвы и в Литературном институте. Кольман читал логику в Алма-Ате в университете. Практика показала, что даже в университете вопросы о силлогизмах, о вероятностных методах воспринимаются студентами с большим трудом. Кольман решил выйти из положения, набирая более сложные параграфы учебника петитом.

На учебник В.Ф. Асмуса поступило несколько отзывов [10]. С.Н. Виноградов дал квалифицированный отзыв, отметив ряд достоинств и упущений. Чистота и правильность языка, которым написан учебник, считал рецензент, парадоксальным образом не способствуют усвоению и понятности излагаемого материала. Учебник бы выиграл, если бы был менее перегружен, и если бы автор лучше сумел разъяснить самые общие вещи: отношение логики и её законов к мышлению и к бытию.

П.С. Попов отметил продуманность, мастерство автора в изложении материала. В особенности ему понравилось то, что Асмус при изложении закона тождества сумел как избегнуть тавтологичности, так и обойти сопоставление с диалектической логикой. Вместе с тем он отметил элементы субъективизма и априоризма в изложении понятий.

Б.С. Чернышёв подчеркнул большие достоинства учебника Асмуса. Учебник написан умно, с тактом, язык ясный. Чернышёв, живо интересовавшийся гегелевской логикой, посчитал как раз изложение закона тождества неудачным: «Диалектическая мысль не случайно, будучи высказана, звучит парадоксально. Реальное противоречие должно, так или иначе, отразиться и в противоречии мысли (именно, не абсурдном). У автора всё это исчезает» [10, л. 29-об.]. В результате происходит смешение мысли о противоречии с реальностью противоречия. Чернышёв посоветовал автору шире применять иллюстрации кругами при изложении силлогизмов. В целом, подвёл итог рецензент, учебник написан отлично, местами блестяще.

Весьма интересно, как с этими отзывами профессиональных логиков контрастировал отзыв знаменитого публициста Д.И. Заславского, к которому за этим обратился лично директор Института Юдин. В своём письме, многажды оговорив, что он не специалист, Заславский написал, что при чтении книги Асмуса «живо вспомнил свои гимназические годы. Мы проходили логику в старших классах и с замечательным единодушием считали, что это наука прескучная, сухая и совершенно ненужная. Когда я читал книгу Асмуса, во мне воскресли давно забытые ощущения формальной, сухой школьной дисциплины» [10, л. 6]. Заславский сделал вывод, что учебнику Асмуса присущи формалистичность стиля, отрыв логики от теории познания и, шире, от философии.

В апреле 1943 г. Алма-Атинское отделение Института прекратило своё существование, и его сотрудники, включая Кольмана, вернулись в Москву.

31 мая и 11 июня 1943 г. в Институте философии состоялись специальные заседания всего состава сотрудников, посвящённые обсуждению учебников логики Асмуса и Кольмана [9]. Мы рассказываем о совещании по материалам архивного дела, но желающие могут обратиться и к обзору, опубликованному в журнале «Под знаменем марксизма» [60].

Открыл обсуждение директор Института П.Ф. Юдин. Он сообщил, что тексты учебников были разосланы присутствующим товарищам.

Вначале выступили сами авторы.

Кольман сам был одним из тех, кто формировал негативные оценки логики в 1930-е гг. Поэтому в работе над учебником ему важно было для самого себя обосновать правомерность формальной логики как метода познания. Поскольку покой — момент движения, становления, формальная логика в этом аспекте правомерна. Кольман сказал, что стремился не уходить в излишние абстракции, наиболее сложные параграфы давал петитом. Автор хотел рассказать в учебнике и о современной математической логике, имеющей большие выходы в практику, но потом отказался от этого намерения.

Асмус сказал, что при подготовке учебника имел в виду читателей — учащихся старших классов. Поэтому он старался избегать «дурного» формализма. Вместе с тем, чтобы не запутывать читателей, автор отказался от всякого обсуждения вопроса о соотношении логики и диалектики. Главная задача учебника — научить научному мышлению. Поэтому он старался использовать примеры для иллюстраций правил и законов логики из науки. Мой учебник критикуют за «сухость», сказал Асмус, но нельзя писать учебник логики как «Занимательную физику» Перельмана.

В обсуждении приняли участие А.П. Гагарин, В.К. Дахшлегер, А.Ф. Лосев, Я.А. Мильнер, П.С. Попов, М.М. Розенталь, Е.П. Ситковский, П.В. Таванец.

Мильнер отметил академичность учебника Асмуса, строгость, последовательность изложения, сказав, что русский литературный язык — не помеха популярности. Учебник Кольмана популярнее, больше примеров из современной жизни. Не обходит вопрос об отношении формальной логики к диалектической. Далее Мильнер высказал свою точку зрения на вопросы истории логики и отметил важность написания истории логики.

Таванец сказал, что оба учебника слишком зависят от устаревших традиций учебников логики Липпса, Зигварта, Грота, Каринского. Поэтому могут вселить в учащихся отвращение к логике, как то уже было в дореволюционной России. Необходимо включить современный материал, усилить научность изложения.

Представитель Наркомпроса Дахшлегер обратил внимание участников обсуждения на то, что в учебниках во многих определениях употребляются понятия, которые сами требуют пояснения и непонятны старшеклассникам. Он призвал авторов ставить себя в положение учеников и учителя.

11 июня обсуждение было продолжено. П.С. Попов сказал, что учебник Асмуса более отделан в литературном отношении, но высказал автору ряд критических замечаний по существу затронутых в учебнике вопросов логики.

Лосев обратил внимание на то, что есть множество формальных логик, и потому непонятно, на какую ориентироваться при написании учебника. Учебник Асмуса слишком формалистический, несмотря на литературные достоинства. Кольман более свободен и разнообразен в подаче материала. Учебник Асмуса отличает законченность замысла. В учебнике Кольмана много ляпсусов и дефектов. Но он более современен. Это не очередной вариант дореволюционного гимназического учебника.

Далее Лосев, прямо скажем, поёрничал. Бывший узник Беломорканала принялся журить бывшего «диалектика» Асмуса за то, что у того после «четверти века торжества в нашей стране марксизма и диалектики» диалектикой в учебнике и не пахнет: «К тов. Асмусу стучится диалектика и просит допустить её в учебник, а он её не любит и к себе не пускает. Тов. Кольман же любит диалектику и хочет её ввести, но она ему не даётся» [9, л. 36].

После выступили Гагарин, Ситковский, Розенталь с замечаниями частного характера.

В заключительном слове Кольман предложил, чтобы оба автора договорились о единой терминологии. Асмус же отверг «метод чтения в сердцах» Лосева и заявил, что не следует предполагать то, чего нет, в данном случае — его нелюбовь к диалектике. Но в учебнике по логике разъяснения диалектического характера могут только запутать ученика.

Завершил обсуждение П.Ф. Юдин, сказав, что оба учебника оказались слишком сложными, особенно учебник Асмуса. Было принято решение об их доработке.

22 июня 1943 г. дирекция Института философии вынесла официальное решение по итогам обсуждения учебников Асмуса и Кольмана. В нём говорилось:

> «1. Учитывая результаты обсуждения учебников логики Асмуса и Кольмана, Дирекция считает, что авторы при редактировании должны руководствоваться следующими основными положениями:
>
> а) учебники логики должны быть написаны популярно, доступно для учеников 9-10 классов средней школы. Содержанием учебников должна быть элементарная логика, т.е. наука об элементарных законах мышления, изучение которых поможет учащимся средней школы усвоить правила последовательного правильного мышления;
>
> б) авторам договориться о единой терминологии, которую провести в обоих учебниках;
>
> в) части текста, которые по условиям преподавания невозможно сделать обязательными для усвоения в средней школе, не устранять из учебников, а выделить петитом, поскольку они могут оказаться полезными для преподавателей, вузовцев и самообразования.
>
> 2. Дирекция считает, что после отредактирования оба представленных учебниках могут быть введены в средней школе. Учебники могут служить также пособием для студентов вузов и слушателей курсов и т.п. впредь до подготовки специальных учебников.
>
> 3. Просить Наркомпрос РСФСР отвести в учебном плане средней школы намеченное ранее время в размере 66 часов преподавания логики в 10-х классах средней школы.
>
> 4. Предложить авторам сдать отредактированные тексты учебников к 15 августа 1943 г. с тем, чтобы можно было обеспечить выход в свет этих учебников не позднее 1 ноября 1943 г.» [8, л. 10].

16 августа 1943 г. дирекции было доложено, что Кольман закончил переработку своего учебника, а Асмус сдаст переработанный учебник 1 сентября [8, л. 25].

Варианты учебника Кольмана неоднократно обсуждались в Институте философии. В 1945 г. Кольман завершил работу над третьим вариантом, который был отдан на рецензии специалистам, высказавшим свои критические замечания. Подавляющее большинство рецензентов признало, что в учебнике Кольмана множество противоречий [15, л. 31]. В течение первого полугодия 1945 г. в секторе диалектического материализма занимались улучшением учебника Кальмана. Потом это было признано нецелесообразным. Окончательно вопрос об учебнике Кольмана был снят по решению дирекции от 30 января 1946 г. [21, л. 6].

В 1945 г. Асмус закончил работу над своим учебником, и также передал его на рецензию в Институт. Машинописный текст объёмом свыше 30 п.л. насчитывал 677 страниц.

Свой уже третий отзыв на учебник Асмуса дал 30 ноября 1945 г. П.С. Попов [16, л. 5–18]. П.С. Попов писал о новом варианте учебника Асмуса: «Учебник написан очень хорошим, чётким и даже изящным литературным языком. Автор с большой любовью отнёсся к своему предмету, что и отразилось на большой выразительности изложения. И в своих устных лекциях по логике, и в своих печатных опытах проф. Асмус держит своих слушателей и читателей на высоком культурном уровне, предъявляя к ним требование внимательного отношения к предлагаемому материалу. Экспрессивная энергия, с которой проф. Асмус проводит свои занятия, неизменно заинтересовывает слушателей, так что для пропаганды логических знаний проф. Асмус даёт очень много. Проф. Асмус весьма образованный и начитанный человек в области логики, излагает он всё с большой осторожностью, поэтому у него не найдёшь отдельных ляпсусов, грубых ошибок, недоделанностей, вульгаризмов и т.п. В каждом труде проф. Асмус может быть хорошим редактором самого себя; поэтому без всякого постороннего содействия он является подлинным хозяином дела, и любая написанная им строчка застрахована от грубых осечек. Новый вариант, в противоположность книге Кольмана, значительно выиграл от дополнений, переработок и расширенного толкования проблем. Ко всем главам появились дополнительные отделы: вопросы для повторения и задачи. Автор продолжал тщательно обрабатывать свой текст». Попов высказал ряд собственно логических замечаний: о законе исключённого третьего, о структуре суждения.

9 марта 1946 г. свой отзыв написал В.Э. Сеземан [16, л. 19–26]. Сеземан подчеркнул тщательность и основательность разработки, присущие учебнику Асмуса, доступность языка среднему читателю. Специальные термины логики употребляются только в тех случаях, где без них нельзя обойтись. Автор не повторяет избитых примеров для пояснения, а даёт много новых и интересных примеров из самых разных областей научного познания, в особенности из математики и естествознания. Особенно отметил рецензент обстоятельный анализ автором логических оснований вероятности индуктивных выводов. Главы об индукции, дедукции, теории доказательства и логических предпосылках учения о методе приобщают читателя к углублённому пониманию путей и задач научного познания. В числе несущественных недостатков он назвал встречающиеся иногда ненужные повторения, вызванные стремлением к излишней обстоятельности. Автор также не показал связи между законами и формами мышления.

12 декабря 1946 г. Дирекция Института поручила М.А. Леонову и П.В. Таванцу в последний раз проверить текст учебника Асмуса, а А.А. Чудову — вычитать гранки [18, л. 29].

Наконец-то вышедший в 1947 г. учебник В.Ф. Асмуса получил много откликов в печати. П.В. Таванец в своей рецензии отметил обстоятельность и творческий подход автора, который использовал в учебнике достижения логики отношений, учение Каринского, учение Поварнина [55]. Учебник, считал рецензент, вносит много нового и интересного, выгодно отличаясь тем самым от учебника Строговича, не выходящего за рамки подходов второй половины XIX века. Критические замечания сводились к указанию на отсутствие в учебнике чётко проведённой авторской позиции. Е.К. Войшвилло в своей подробной рецензии сделал вывод, что в учебнике Асмуса отсутствует критика идеалистических учений в логике [33]. Математик Я.Л. Трайнин критически отозвался о качестве математических сюжетов в учебнике В.Ф. Асмуса. Рецензент констатировал у автора учебника отсутствие знаний в области современной математики и предостерёг читателей от того, чтобы принимать на веру соответствующие места из учебника [59].

Каков итог всей этой многолетней работы над учебниками Асмуса и Кольмана? Учебник Асмуса неоднократно переиздавался и находится в фундаменте русского логического образования. Кольман ко времени издания учебника Асмуса переехал в Прагу и напечатал здесь почешски свой учебник, а затем и книгу о современной логике, которая его как математика привлекала больше всего [39, 38].

Б.В. Бирюков писал в своих воспоминаниях, что в его личном архиве имелась корректура учебника Кольмана. Бирюков так оценивал этот учебник: «Я могу с уверенностью утверждать, что данный учебник был лучше многих последующих книг данного жанра» [27, с. 143–144].

Что же с русским текстом учебника Кольмана? Машинопись этой книги находится в так называемом «архиве» Института философии РАН. Надеюсь, что со временем историки русской логики вытребуют и изучат эту работу.

4. Обсуждение вопроса о переиздании учебника логики Г.И. Челпанова

В Институте философии хорошо помнили, что Сталин прямо указал на учебник Челпанова как годный для преподавания логики. Директор В.И. Светлов говорил, что элементарная логика сложилась «до революции 1917 г.», потому «не бесполезно» взять целый ряд положений из учебника Челпанова. В 1944 г. Политиздат растиражировал макет учебника Челпанова (М., 1944. 147 с.). Трудно сказать кому, может быть М.П. Баскину, который вёл этот вопрос в Политиздате, пришла в голову странная мысль поручить редактирование учебника Челпанова З.Я. Белецкому. Возможно, исходили из формальных соображений. В это время, как пишет Б.В. Бирюков, логика в МГУ преподавалась на кафедре диамата, которой заведовал З.Я. Белецкий [28, с. 153]. В результате к отдельным авторским недостаткам учебника добавились искажения, привнесённые непрофессиональным редактором.

17 июля 1944 г. состоялось обсуждение макета в Институте философии [12]. Редактор Белецкий на обсуждение не пришёл. Ведущий обсуждение М.П. Баскин предложил высказаться по вопросам: «Целесообразно ли переиздание учебника Челпанова как относительно лучшего из старых учебников логики, в качестве учебного пособия для средней школы?»; «Возможны ли поправки при переиздании, и до какой степени они возможны, чтобы не нарушить авторство учебника?».

Первым выступил Асмус, который сказал, что чем больше хороших учебников, тем лучше. Достоинства учебника Челпанова: полнота, систематичность, понятный язык, достаточное число поясняющих примеров и задач для упражнений. Необходима, разумеется, редакционная переработка, прежде всего, чтобы осовременить примеры. Асмус представил подробный перечень необходимых исправлений. Далее он сказал: «Чтобы исправить недочёты учебника Челпанова, надо самому хорошо знать предмет логики и литературу по логике. Этого нельзя сказать о Белецком, которому было поручено редактирование учебника Челпанова. Вместо исправления ошибок, имеющихся у Челпанова, Белецкий добавил свои собственные, обнаружив тем самым отсутствие необходимых знаний, или крайнюю небрежность» [12, л. 4].

М.Э. Омельяновский высоко оценил учебник Челпанова: он не перегружен деталями и даёт ясное понятие основных вопросов логики, хотя отдельные места не находятся на уровне требований современной науки. Он рассказал такой случай: «Как-то пришлось мне быть у букиниста с одним профессором-технологом. Он увидел учебник Челпанова и говорит: “Мой старый гимназический знакомый”. Он тут же его купил и не без ехидства спросил меня: “Почему вы, марксисты, не напишете такого учебника?”» [12, л. 11].

К.Н. Корнилов считал учебник Челпанова наиболее популярным изложением формальной логики. Он советовал сократить сложные места книги и указал, какие именно.

Б.С. Чернышёв, сказав о достоинствах учебника, указал на противоречивость понимания в нём науки логики: то как нормативной, то как естественной, а также нечёткость разграничения между логикой и психологией.

П.С. Попов вспомнил, как преподавал до революции логику по учебникам Челпанова и Введенского. Первый был понятнее учащимся. Он понятнее и современных учебников. Нельзя ломать построение учебника Челпанова, нужно ограничиться удалением сомнительных мест и переработкой примеров. Попов возразил Таванцу относительно идеалистических предпосылок логики Челпанова: «Мне в своё время Челпанова пришлось слушать с кафедры, заниматься у него на семинарах. И всего меньше его можно упрекнуть в том, что он вводит в логику психологизм» [12, л. 4].

С.Н. Виноградов высказался за переиздание. Некоторые выступавшие предлагали издать учебник Челпанова не как учебное пособие, а как книгу для чтения, как справочный материал (П.В. Таванец, Э.Б. Шур).

А.П. Гагарин мудро заметил, что эклектизм, присущий взглядам Челпанова, облегчает редактирование и переиздание учебника. К примеру, учебник Введенского, написанный с некантианских позиций, переиздать нельзя. Вот так эклектизм, обычно критикуемый в советской философии, стал выигрышной стороной учебника Челпанова.

25 декабря 1945 г. директор Института В.И. Светлов направил письмо на имя Маленкова, где предлагал переиздать учебник Челпа-

нова, чтобы в какой-то мере удовлетворить спрос на литературу по логике. Светлов сообщал, что в 1946 г. Институт сдаст в печать «Логику» Асмуса, и «Основы элементарной логики» Кольмана и что над новыми книгами по логике ведут работу М.С. Строгович, И.И. Жегалкин, С.А. Яновская, П.С. Попов, В.Э. Сеземан, П.В. Таванец [14, л. 37].

8 марта 1946 г. в Институте философии состоялось заседание специалистов по логике при участии Белецкого. На заседании было решено восстановить в тексте учебника Челпанова целый ряд мест, удалённых при изготовлении макета в 1944 г. Тексты выпущенных мест, подлежащих восстановлению при типографском издании учебника логики Челпанова, вместе с программой курса логики для вузов Асмуса 18 марта 1946 г. были отправлены в ЦК [19, л. 34–41]. 15 апреля 1946 г. редактирование издания учебника Челпанова вместо Белецкого было поручено А.А. Чудову [18, л. 24; 20, л. 11].

В 1946 г. учебник Челпанова вышел из печати. На него написал рецензию П.В. Таванец [56]. Рецензент отметил преимущества учебника Челпанова в сравнении с другими дореволюционными учебниками логики, оговорил различия в прежнем и новом изданиях. В новом издании опущены положения, где логика трактовалась как нормативная наука. П.В. Таванец советовал преподавателям не ограничиваться тематикой этого учебника, а затрагивать и вопросы о несиллогистических умозаключениях, о логике отношений.

5. Учебники М.С. Строговича, С.Н. Виноградова, А.В. Савинова

Пока Асмус и Кольман готовили свои учебники, первым выпустил учебник логики М.С. Строгович. Он нашёл для этого оригинальную форму, избавлявшую его от коллективных обсуждений и позволявшую быстро издать текст. Он работал в Военно-юридической академии и ещё в 1941 г. отдельными выпусками на правах рукописи он издал десять тем своего курса лекций по логике, читавшегося им в период эвакуации. Эти лекции получили широкий отклик в студенческих кругах, преимущественно у юристов. В 1945 г. курс Строговича был просмотрен в Институте философии. К 1 ноября 1945 г. Строгович представил исправленный вариант курса. В 1946 г. вышло первое массовое издание учебника Строговича. В 1947 г. состоялось обсуждение этого учебника. В 1948 г. учебник вышел вторым изданием. Рецензировавший учебник Строговича А.Ф. Кузьмин пришёл к выводу, что автор смешивает в определениях законы мышления и правила мышления. Рецензент посчитал ошибочным положение о том, что содержание суждений не входит в сферу компетенции формальной логики, и заявил, что вопреки мнению автора закон тождества фиксирует не неизменность вещи, а момент качественной определённости в ней [41].

П.С. Попов, напротив, весьма положительно оценил учебник Строговича. По мнению этого рецензента, учебник написан живо и толково, хотя автор и придерживается традиционных взглядов на логику.

Подготовил к переизданию учебник логики профессор С.Н. Виноградов [5, с. 138]. С.Н. Виноградов выпустил свой учебник логики ещё в 1914 г., будучи преподавателем VI гимназии г. Москвы. В 1927 г. для учебника «Русский язык в комвузах» он написал главу «Элементы логики», которая представляла собою краткий учебник логики. Теперь он также включился в подготовку учебника логики для средней школы. В 1947 г. под грифом Института философии АН СССР вышла «Логика» С.Н. Виноградова, которая потом неоднократно переиздавалась.

В процесс возрождения логики как науки и как учебной дисциплины активно включился заведующий кафедрой философии Калининского пединститута А.В. Савинов [45, 57, 58, 22, 48, с. 178]. С 1945 г. А.В. Савинов вёл в своём пединституте факультативный курс логики, читал логику на открывшемся в составе факультета русского языка и литературы отделении логики и психологии, в течение двух лет читал курс логики в областной партийной школе. А.В. Савинов стремился показать принципиальное отличие элементарных процессов познания и формально-логических закономерностей от «метафизики». Законы формальной логики рассматривались им как отражающие моменты и отношения качественной определённости. Например, закон исключённого третьего отражает тот момент, что в промежутке между двумя качественными изменениями предмет находится в данном качестве [30].

Наркомат просвещения РСФСР поручил А.В. Савинову написать учебник по логике. В своём систематическом изложении курса формальной логики, вышедшем в 1946 г., А.В. Савинов подверг специальному исследованию каждый из законов формальной логики (тождества, противоречия, исключённого третьего, достаточного основания), изучил соотношение различных логических форм мышления (превращение суждений, четвёртая фигура простого категорического силлогизма, условно-разделительные силлогизмы и др.) [47].

Позже А.В. Савинов защитил в Институте философии АН СССР докторскую диссертацию по логике и сам подготовил в Калинине несколько кандидатов наук, защитившихся по логике и потом её преподававших [26, 31, 35, 53].

Работа над созданием учебника логики, предрешение вопроса о введении курсов логики вызвали широкий резонанс среди философской общественности. Преподаватели, особенно провинциальные, увидели в этом новые возможности для профессионального роста. Для многих чтение курса логики в школах и вузах стало способом приобщения к философии, а для некоторых освободившихся репрессированных — способом возвращения к ней (Л.А. Маньковский, В.Д. Резник (Днепров), В.Э. Сеземан, И.С. Серебров, А.С. Сливко) [44, 37, 49, 50, 51, 52].

В 1945 г. в рамках IV Всесоюзного совещания заведующих кафедрами марксизма-ленинизма и философии высших учебных заведений в Институте философии состоялось общее собрание сотрудников совместно с философами из регионов, прибывшими на совещание. Директор Института В.И. Светлов рассказал собравшимся о подготовке учебников логики и сделал вывод: «Пусть у нас будет несколько вариантов если не учебника, то введения в логику. Голод в этой области настолько острый, что нам нужно будет использовать всё выходящее, что будет написано товарищами, может быть, даже и параллельно кое-что издать» [15, л. 11].

6. Защита диссертации П.В. Таванца и обсуждение глав из подготовленного им учебника логики

18 мая 1943 г. в Институте философии АН СССР П.В. Таванцом [6] была защищена первая кандидатская диссертация по логике: «Классификация умозаключений в логике диалектического материализма» [54]. Оппонентами выступили Кольман и Асмус. Голосование прошло единогласно [11, л. 1].

После защиты П.В. Таванец был приглашён на работу в Институт.

Директор Института В.И. Светлов заявил в 1945 г. на заседании учёного совета, что будет неудобно, если в 1946 г. выйдет только книга Челпанова, и ни одной работы по логике, подготовленной в Институте философии [17, л. 243–244]. Как сказано выше, в 1945 г. с повестки дня был снят вопрос о доведении до печати учебника Кольмана. В этой ситуации Дирекция Института 7 апреля 1945 г. приняла решение поручить Таванцу написать учебник по логике объёмом в 6 а.л. к декабрю 1945 г. [13, л. 7].

13 ноября 1945 г. на совещании при Дирекции прошло обсуждение первых двух глав учебника Таванца [15, л. 31].

Автор во вступительном слове сказал, что в дидактических целях применил в учебнике атрибутивную логику. Отсюда — соответствующее изложение материала. В учебнике давалась новая классификация суждений.

Выступивший затем П.С. Попов отметил самостоятельность автора, необычность данной им классификации суждений, которая — с авторской позиции — обоснованна. К недостаткам он отнёс непоследовательность, нечёткость разграничения ряда тем.

М.А. Леонов сказал, что поскольку автор собрался написать гносеологическую логику, а не учебник формальной логики, у него появилась внутренняя противоречивость всего текста.

М.П. Баскин возразил, что это не недостаток, а достоинство работы, позволяющее показать связь логики с действительностью. Поэтому правильно, что изложение логики начинается в этом учебнике с суждения.

Б.М. Кедров сделал вывод, что автор подчинил все прочие вопросы логики вопросу о классификации суждений. Но выяснение роли суждения в логике — научно-исследовательская, а не учебно-педагогическая задача.

30 января 1946 г. по итогам обсуждения рукописи Таванца учёный совет Института принял решение одобрить его активную работу над учебником, но рукопись не рекомендовать к печати ввиду существенных недочётов, допущенных по неопытности автора [21, л. 6].

Литература

[1] Античная философия. Фрагменты и свидетельства / Под ред. Г.Ф. Александрова. М., 1940. С. 140–160.

[2] *Аристотель.* Категории / Пер. А.В. Кубицкого // Тр. Моск. ин-та истории, философии и лит. им. Н.Г. Чернышевского. М., 1937. Т. 1. С. 207–236.

[3] *Аристотель.* Категории / Пер. А.В. Кубицкого. М., 1939. 84 с.

[4] *Аристотель.* Отрывки из сочинений по логике / Пер. Б.А. Фохта // Античные философы. Тексты. Пособие для просеминара к курсу истории античной философии. М., 1935. С. 88–109.

[5] *Артамонов М.Д.* Ваганьково. М.: Моск. рабочий, 1991. 192 с.

[6] Архив РАН. Ф. 524. Оп. 1. Д. 410.

[7] Архив РАН. Ф. 1922. Оп. 1. Д. 117.

[8] Архив РАН. Ф. 1922. Оп. 1. Д. 122.

[9] Архив РАН. Ф. 1922. Оп. 1. Д. 128.

[10] Архив РАН. Ф. 1922. Оп. 1. Д. 130.

[11] Архив РАН. Ф. 1922. Оп. 1. Д. 131.

[12] Архив РАН. Ф. 1922. Оп. 1. Д. 148.

[13] Архив РАН. Ф. 1922. Оп. 1. Д. 160.

[14] Архив РАН. Ф. 1922. Оп. 1. Д. 161.

[15] Архив РАН. Ф. 1922. Оп. 1. Д. 166.

[16] Архив РАН. Ф. 1922. Оп. 1. Д. 173.

[17] Архив РАН. Ф. 1922. Оп. 1. Д. 179.

[18] Архив РАН. Ф. 1922. Оп. 1. Д. 188.

[19] Архив РАН. Ф. 1922. Оп. 1. Д. 189.

[20] Архив РАН. Ф. 1922. Оп. 1. Д. 196.

[21] Архив РАН. Ф. 1922. Оп. 1. Д. 205.

[22] Архив Тверского государственного университета. Оп. 3. Д. 571.

[23] *Асмус В.Ф.* Диалектический материализм и логика. Киев, 1924. 225 с.

[24] *Асмус В.Ф.* К вопросу о логике естественных и технических наук // Научное слово. 1930. № 6. С. 3–40.

[25] *Бажанов В.А.* Партия и логика // Логические исследования. Вып. 12. М.: Наука, 2005. С. 32–48.

[26] *Беренштейн П.А.* Взаимоотношение индукции и дедукции: Автореф. дис… кандидата филос. наук. Л., 1955. 16 с.

[27] *Бирюков Б.В.* Трудные времена философии. М.: URSS, 2006. 248 с.

[28] *Бирюков Б.В.* Трудные времена философии. Ч. 1. М.: URSS, 2008. 248 с.

[29] *Борев Ю.Б.* Сталиниада. М.: КРПА «Олимп», 2003. 461 с.

[30] *Борисов В.Н.* Логические исследования А.В. Савинова // Калинин. гос. пед. ин-т имени М.И. Калинина. Калинин, 1958. С. 101–116.

[31] *Борисов В.Н.* О логической форме понятия: Автореф. дис… кандидата филос. наук. Л., 1953. 16 с.

[32] Введение Порфирия к «Категориям» Аристотеля / Пер. А.В. Кубицкого // Тр. Моск. ин-та истории, философии и литературы им. Н.Г. Чернышевского. М., 1937. Т. 1. С. 237–255.

[33] *Войшвилло Е.К.* О книге «Логика» проф. В.Ф. Асмуса // Вопр. философии. 1947. № 2. С. 326–334.

[34] Вспоминая В.Ф. Асмуса... М.: Прогресс-Традиция, 2001. 296 с.

[35] *Гусева Р.И.* О процессе определения понятий: Автореф. дис… кандидата филос. наук. Л., 1955. 17 с.

[36] Диалектический и исторический материализм. Ч. 1: Диалектический материализм. М., 1933.

[37] *Дмитриев А.Т.* Рец. на кн.: Маньковский Л.А. Общая форма суждения в классической логике: Учёные записки Тамбовского пединститута. 1947. Вып. 2. 94 с. // Вестн. Ленинград. ун-та. 1948. № 6. С. 140–142.

[38] *Kolman A.* Kriticky ýkland sýmbolické metody moderní logiky. Praha, Orbis, 1948. 302 s.

[39] *Kolman A.* Logica. Praha, 1947. 184 s.

[40] *Кубицкий А.В.* «Категории» Аристотеля и «Введение» Порфирия // Тр. Моск. ин-та истории, философии и литературы им. Н.Г. Чернышевского. М., 1937. Т. 1. С. 255–264.

[41] *Кузьмин А.Ф.* Идеализм и метафизика в книге по логике // Вопр. философии. 1948. № 3. С. 323–326.

[42] *Курсанов Г.А.* Замечательное произведение великого материалиста древности: Рец. на кн.: Аристотель. Категории / Пер. А.В. Кубицкого. М., 1939. 84 с. // Книга и пролетарская революция. 1940. № 9. С. 10–12.

[43] *Лахути Д.Г.* Сталин и логика // Вопр. философии. 2004. № 4. С. 164–169.

[44] *Маньковский Л.А.* Общая форма суждения в классической логике // Уч. зап. Тамбов. педин-та. 1947. Вып. 2. С. 3–94.

[45] Российский государственный архив социально-политической истории. Ф. 17. Оп. 100. Д. 305558.

[46] *Савинов А.В.* Проблема развития и логика буржуазного естествознания (К критике логической теории индукции) // Изв. Калинин. гос. пед. ин-та. Вып. 8. Калинин, 1935. С. 1–191.

[47] *Савинов А.В.* Элементарное учение о формах мышления. Калинин, 1946. 337 с.

[48] Савинов Алексей Васильевич (Некролог) // Вестн. Ленинград. ун-та. Сер.: Экономика, философия, право. 1956. № 17. Вып. 3.

[49] *Серебров И.С.* Вопросы науки логики в трудах Н.Г. Чернышевского // Уч. зап. Саратов. гос. ун-та. Саратов, 1957. Т. 60. С. 152–168.

[50] *Серебров И.С.* Приёмы и методы полемики Н.Г. Чернышевского // Научный ежегодник Саратов. гос. ун-та за 1954 г. Саратов, 1955. С. 63–64.

[51] *Серебров И.С.* Теория умозаключений Н.Г. Чернышевского // Уч. зап. Саратов. гос. ун-та. Саратов, 1958. Т. 62. С. 230–258.

[52] *Сливко А.С.* Основы курса логики в свете современных достижений диалектического и исторического материализма: Автореф. дис... кандидата филос. наук. Омск, 1955. 21 с.

[53] *Смирнов Л.А.* О месте и роли доказательства в процессе познания: Автореф. дис... кандидата филос. наук. Л., 1954. 16 с.

[54] *Таванец П.В.* Классификация умозаключений в логике диалектического материализма: Дис... кандидата филос. наук. М., 1943. 132 с.

[55] *Таванец П.В.* Рец. на кн.: Асмус В.Ф. Логика. М., 1947. 388 с. // Сов. кн. 1947. № 6. С. 65–71.

[56] *Таванец П.В.* Рец. на кн.: Челпанов Г.И. Учебник логики. М., 1946. 160 с. // Сов. кн. 1947. № 1. С. 87–89.

[57] Тверской центр документации новейшей истории. Ф. 1. Оп. 2 (ст.). Д. 4381.

[58] Тверской центр документации новейшей истории. Ф. 147. Оп. 29. Д. 2366.

[59] *Трайнин Я.Л.* Математика в учебниках логики // Уч. зап. Новосибир. педин-та. 1949. Вып. 8. С. 75–84.

[60] *Ю. Г.* Обсуждение учебников по логике в Институте философии Академии наук СССР // Под знаменем марксизма. 1943. № 11. С. 84–95.

S.N. Korsakov

From the History of the Renaissance of Logic in the USSR in 1941–1946. Part I

Korsakov Sergey Nikolaevich
Department of Humanitarian Expertise and Bioethics,
Institute of Philosophy, Russian Academy of Sciences.
14/5 Volkhonka St., Moscow, 119991, Russian Federation.
E-mail: snkorsakov@yandex.ru

In the article on the basis of archival documents describes the initial stage of the Renaissance of teaching and learning logic in the USSR in the first half of the 1940s. Considered: a conversation Director of the Institute of Philosophy P.F. Yudin with Stalin about creating logic tutorial in 1941, the course and outcome of the discussion of logic textbooks by V.F. Asmus and E.J. Colman at the Institute of Philosophy of the Russian Academy of Sciences in 1943, the discussion on the re-release of logic tutorial by G.I. Chelpanov in the Institute of Philosophy of the Russian Academy of Sciences in 1943, job training Courses for teachers of logic in the universities and schools of higher education of the USSR in 1946.

Keywords: logic, Soviet philosophy, Institute of Philosophy, Stalinism

References

[1] Antichnaya filosofiya. Fragmenty i svidetelstva [Analitical philosophy. Fragments and sertificates], ed. by G.F. Aleksandrov. Moscow, 1940, pp. 140–160. (In Russian)

[2] Aristotel'. *Kategoriji* [Categories], trans. by A.V. Kubitskii, in: *Trudy Moskovskogo instituta istorii, filolosofii i literatury im. N.G. Chernyshevskogo* [Proceedings of the Moscow Institute of the History of Philosiphy and Literature of N.G. Chernyshevskogo]. Moscow, 1937, vol. 1, pp. 207–236. (In Russian)

[3] Aristotel'. *Kategoriji* [Categories], trans. by A.V. Kubitskii. Moscow, 1939. 84 pp. (In Russian)

[4] Aristotel'. *Otryvki iz sochinenij po logike* [Fragments from the writings on logics], trans. by B.A. Fokht, in: *Antichnye filosofy. Teksty. Posobie dlya proseminara k kursu istorii antichnoj folosofii* [Ancient philosophers. The manual for the workshop to the course of history of ancient philosophy]. Moscow, 1935, pp. 88–109. (In Russian)

[5] Artamonov, M.D. *Vagankovo* [Vagankovo]. Moscow: Moscow Woker Publ., 1991. 192 pp. (In Russian)

[6] Arhiv RAN [Archiev of RAS]. F. 524. Op. 1. D. 410. (In Russian)

[7] Arhiv RAN [Archiev of RAS]. F. 1922. Op. 1. D. 117. (In Russian)

[8] Arhiv RAN [Archiev of RAS]. F. 1922. Op. 1. D. 122. (In Russian)

[9] Arhiv RAN [Archiev of RAS].F. 1922. Op. 1. D. 128. (In Russian)

[10] Arhiv RAN [Archiev of RAS]. F. 1922. Op. 1. D. 130. (In Russian)

[11] Arhiv RAN [Archiev of RAS]. F. 1922. Op. 1. D. 131. (In Russian)

[12] Arhiv RAN [Archiev of RAS]. F. 1922. Op. 1. D. 148. (In Russian)

[13] Arhiv RAN [Archiev of RAS]. F. 1922. Op. 1. D. 160. (In Russian)

[14] Arhiv RAN [Archiev of RAS]. F. 1922. Op. 1. D. 161. (In Russian)

[15] Arhiv RAN [Archiev of RAS]. F. 1922. Op. 1. D. 166. (In Russian)

[16] Arhiv RAN [Archiev of RAS]. F. 1922. Op. 1. D. 173. (In Russian)

[17] Arhiv RAN [Archiev of RAS]. F. 1922. Op. 1. D. 179. (In Russian)

[18] Arhiv RAN [Archiev of RAS]. F. 1922. Op. 1. D. 188. (In Russian)

[19] Arhiv RAN [Archiev of RAS]. F. 1922. Op. 1. D. 189. (In Russian)

[20] Arhiv RAN [Archiev of RAS]. F. 1922. Op. 1. D. 196. (In Russian)

[21] Arhiv RAN [Archiev of RAS]. F. 1922. Op. 1. D. 205. (In Russian)

[22] Arhiv Tverskogo gosudarstvennoro yniversiteta [Archiev of Tver State University]. Op. 3. D. 571. (In Russian)

[23] Asmys, V.F. *Dialekticheskij materialism i logika* [Dialectical materialism and logic]. Kiev, 1924. 225 pp. (In Russian)

[24] Asmus, V.F. "K voprosu o logike estestvennykh i tekhnicheskih nauk" [On the question of the logic of natural sciences and engineering], *Nauchnoe slovo*, 1930, no 6, pp. 3–40. (In Russian)

[25] Bazanov, V.A. "Partiya i logika" [The Party and the logic], *Logicheskie issledovaniya*, 2005, vol. 12, pp. 32–48. (In Russian)

[26] Berenshtein, P.A. *Vzaimootnoshenie indukzii i dedukzii* [The relationship of induction and deduction]. Avtoreferat diss... кand. filos. nauk. L., 1955, 16 pp. (In Russian)

[27] Birukov, B.V. *Trudnye vremena filosofii* [Tough philosophy times]. Moscow, URSS Publ., 2006. 248 pp. (In Russian)

[28] Birukov B.V. *Trudnye vremena filosofii. Chast' 1* [Tough philosophy times. Part 1]. Moscow, URSS Publ., 2008. 248 pp. (In Russian)

[29] Borev, U.B. *Staliniada* [Staliniada]. Moscow: KRPA "Olimp" Publ., 2003, 461 pp. (In Russian)

[30] Borisov, V.N. "Logicheskie issledovaniya A.V. Savinova" [Logical investigations of A.V. Savinov], *Kalininskij gosudarstvennyj pedagogicheskij institut imeni M.I. Kalinina*. Kalinin, 1958, pp. 101–116. (In Russian)

[31] Borisov, V.N. *O logicheskoj forme ponyatiya* [On the logical form of concept]. Avtoreferat diss... кand. filos. nauk. L., 1953. 16 pp. (In Russian)

[32] "Vvedenie Porfiriya k 'Kategoriyam' Aristotelya" [Porphyry Introduction to Aristotle's "Categories"], trans. by A.V. Kubizkii, in: *Trudy Moskovskogo instituta istorii, filolosofii i literatury im. N.G. Chernyshevskogo* [Proceedings of the Moscow Institute of the History of Philosiphy and Literature of N.G. Chernyshevskogo]. Moscow, 1937, vol. 1, pp. 237–255. (In Russian)

[33] Vojshvillo, E.K. "O кnige 'Logika' prof. V.F. Asmusa" [About the book "Logic" of prof. V.F. Asmus], *Voprosy filosofii*, 1947, no 2, pp. 326–334. (In Russian)

[34] *Vspominaya V.F. Asmusa...* [Remembering V.F. Asmus]. Moscow: Progress-Tradition Publ., 2001. 296 pp. (In Russian)

[35] Guseva, R.I. *O prozesse opredeleniya ponyatiy* [On the process of definition of terms]. Avtoreferat diss... кand. filos. nauk. L., 1955. 17 pp. (In Russian)

[36] *Dialekticheskij i istoricheskij materialism. Ch. 1. Dialekticheskij materialism* [Dialectical and historical materialism. Part 1. Dialectical materialism]. Moscow, 1933. (In Russian)

[37] Dmitriev, A.T. "Rez. na kn.: Mankovskij L.A. Obschaya forma suzdeniya v klassicheskoj logike // Uchenyje zapiski Tambovskogo pedinstituta. 1947. Vyp. 2. 94 s." [Review: Mankovskij L.A. The general form of propositions in classical logic, Scientific notes of Tambov Pedagogical Institute, 1947, vol. 2, 94 pp.] , *Vestnik Leningradskogo universiteta*, 1948, no 6, pp. 140–142. (In Russian)

[38] Kolman, A. *Kriticky výkland sýmbolické metody moderní logiky.* Praha, Orbis, 1948. 302 s.

[39] Kolman, A. *Logica*. Praha, 1947. 184 s.

[40] Kubitzkij, A.V. "'Kategoriji' Aristotelya i "Vvedenie" Porfiriya [Aristotle's "Categories" and "Introduction" of Porphyry], in: *Trudy Moskovskogo instituta istorii, filolosofii i literatury im. N.G. Chernyshevskogo* [Proceedings of the Moscow N.G. Chernyshevsky Institute of the History of Philosiphy and Literature]. Moscow, 1937, vol. 1, pp. 255–264. (In Russian)

[41] Kuzmin, A.F. "Idealism i metafizika v knige po logike" [Idealism and metaphysics in a book on logic], *Voprosy filosofii*, 1948, no 3, pp. 323–326. (In Russian)

[42] Kursanov, G.A. "Zamechatelnoe proizvedenie velikogo materialista drevnosti: Rez. na kn.: Aristotel'. Kategorii" / Perevod A.V. Kubitzkogo. M., 1939. 84 s." [The remarkable work of the great materialist of antiquity: review: Aristotel's "Categories"/ trans. by A.V. Kubitzkii. Moscow, 1939, 84 pp.], *Kniga i proletarskaya revoluziya*, 1940, no 9. pp. 10–12. (In Russian)

[43] Lahuti, D.G. "Stalin i logika" [Stalin and logic], *Voprosy filosofii*, 2004, no 4, pp. 164–169. (In Russian)

[44] Mankovskij, L.A. "Obschaya forma suzdeniya v klassicheskoj logike" [The general form of propositions in classical logic], in: Scientific notes of Tambov Pedagogical Institute, 1947, vol. 2, pp. 3–94. (In Russian)

[45] *Rossijskij gosudarstvennyj arhiv sozialno-politicheskoj istorii* [Russian State Archive of Socio-Political History]. F. 17. Op. 100. D. 305558. (In Russian)

[46] Savinov, A.V. "Problema razvitiya i logika burzuaznogo estestvoznaniya (K kritike logicheskoj teorii indukzii)" [The problem of development and the logic of the bourgeois natural science], *Izvestiya Kalininskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo instituta*, 1935, vol. 8. pp. 1–191. (In Russian)

[47] Savinov, A.V. *Elementarnoe uchenie o formah myshlenia* [Elementary teaching about the forms of thought]. Kalinin, 1946. 337 pp. (In Russian)

[48] "Savinov Aleksej Vasilevich (Nekrolog)" [Savinov Aleksej Vasilevich (Obituary)], *Vestnik Leningradskogo universiteta. Seria: Ekonomika, filosofia, pravo*, 1956, no 17, vol. 3. (In Russian)

[49] Serebrov, I.S. "Voprosy nauki logiki v trudah N.G. Chernyshevskogo" [Questions of the science of logic in the works of N.G. Chernyshevskii], *Uchenyje zapiski Saratovskogo gosudarstvennogo universiteta*, 1957, vol. 60, pp. 152–168. (In Russian)

[50] Serebrov, I.S. "Priemy i metody polemiki N.G. Chernyshevskogo" [Techniques and methods of controversy of N.G. Chernyshevskii], in: *Nauchnyj ezegodnik Saratovskogo gosudarstvennogo universiteta za 1954 g* [Science State University Yearbook for 1954]. Saratov, 1955, pp. 63-64. (In Russian)

[51] Serebrov, I.S. "Teoriya umozakluchenij N.G. Chernyshevskogo" [The theory of inference of N.G. Chernyshevskii] *Uchenyje zapiski Saratovskogo gosudarstvennogo universiteta*, 1958, vol. 62, pp. 230–258. (In Russian)

[52] Slivko, A.S. "Osnovy kursa logiki v svete sovremennyh dostizenij dialekticheskogo i istoricheskogo materialisma" [Basic foundation of logic in the light of modern advances of dialectical and historical materialism]. Avtoreferat diss... кand. filos. nauk. Oмsk, 1955. 21 pp. (In Russian)

[53] Smirnov, L.A. "O meste i roli dokazatelstva v prozesse poznania" [The place and the role of evidence in the process of cognition]. Avtoreferat diss... кand. filos. nauk. L., 1954. 16 pp. (In Russian)

[54] Tavanez, P.V. "Klassifikaziya umozakluchenij v logike dialekticheskogo materialisma" [Classification of inferences in logic of dialectical materialism]. Diss... кand. filos. nauk. M., 1943. 132 pp. (In Russian)

[55] Tavanez, P.V. "Rez. na kn.: Asmus V.F. Logika. M., 1947. 388 s." [Review: Asmus V.F. Logic. Moscow, 1947. 388 pp.], *Sovetskaya kniga*, 1947, no 6, pp. 65–71. (In Russian)

[56] Tavanez, P.V. "Rez. na kn.: Chelpanov G.I. Uchebnik logiki. M., 1946. 160 s." [Review: Chelpanov G.I. Logic Textbook. Moscow, 1946. 160 pp.], *Sovetskaya kniga*, 1947, no 1, pp. 87–89. (In Russian)

[57] Tverskoj zentr dokumentazii novejshej istorii [Tver documentation center of newest history]. F. 1. Op. 2 (ст.). D. 4381. (In Russian)

[58] Tverskoj zentr dokumentazii novejshej istorii [Tver documentation center of newest history]. F. 147. Op. 29. D. 2366. (In Russian)

[59] Trainin, Ya.L. "Matematiкa v uchebnikah logiki" [Mathematics in logic textbooks], *Uchenyje zapiski Novosibirskogo pedinstituta*, 1949, vol. 8, pp. 75–84. (In Russian)

[60] U. G. "Obsuzdenie uchebnikov po logike v Intitute filosifii Akademii nauk SSSR" [Discussion of textbooks on logic at the Institute of Philosophy of Academy of Sciences of USSR], *Pod znamenem marksisma*, 1943, no 11, pp. 84–95. (In Russian)

Логические исследования
2015. Т. 21. № 2. С. 170–185
УДК 162.2

Logical Investigations
2015, vol. 21, no 2, pp. 170–185

Л.Г. Тоноян

Дискуссии о логическом учении Боэция в современной зарубежной литературе[1]

Тоноян Лариса Грачиковна
Кафедра логики, Институт философии,
Санкт-Петербургский государственный университет.
199034, Российская Федерация, Санкт-Петербург, Менделеевская линия, д. 5.
E-mail: tonoyan2003@list.ru

С развитием символической логики в XX веке в зарубежной литературе возник новый подход к трактату Боэция «О гипотетических силлогизмах». Были предприняты попытки представить гипотетическую систему Боэция как вариант логики высказываний. В результате этих попыток модернизации учения Боэция развернулась дискуссия, суть которой в решении вопроса о том, развивал ли Боэций стоическую логику, которая считается предшественницей логики высказываний, или же логику перипатетиков, построенную на иных принципах. В статье рассмотрены подходы К. Дюрра (K. Durr), В. и М. Нилов (W. Kneale and M. Kneale), Дж. Барнса (J. Barnes), Э. Штумп (E. Stump), К. Мартина (C. Martin), Э. Спеки (A. Speca), Дж. Маренбона (J. Marenbon) и др. Задача статьи состоит в сопоставлении основных точек зрения в этой научной дискуссии, а целью исследования автора является уяснение сущности и специфики учения Боэция о гипотетических силлогизмах.

Ключевые слова: логика Боэция, логика Аристотеля, логика Стоиков, учение о гипотетическом силлогизме, логика высказываний, учение о выражении

В нашей предыдущей статье «Отношение логического следования в трактатах Боэция», опубликованной в 2012 г. в «Логических исследованиях» [5], мы рассмотрели источники учения Боэция о гипотетических силлогизмах и его концепцию логического следования. В настоящей статье мы проанализируем работы современных зарубежных исследователей, посвященные новым интерпретациям учения Боэция о гипотетическом силлогизме.

Отношение к трактатам Боэция о гипотетических силлогизмах изменилось в середине XX века в связи с бурным развитием символической логики, которое заставляло по-новому взглянуть на традиционное изложение логики. Важную роль в этом процессе сыграла работа Яна Лукасевича «Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики». Я. Лукасевич назвал в этой работе логику

[1]Исследование осуществлено при поддержке РГНФ, проект № 15-03-00138а.

Аристотеля логикой терминов, а логику стоиков логикой предложений [12, с. 91]. Фундаментальное отличие логики стоиков от логики перипатетиков, по мысли Я. Лукасевича, состоит в том, что в основе стоической логики лежит связь между целыми высказываниями, которые не делятся на термины и являются атомарными единицами этой логики. Таким образом, логика стоиков была представлена как первая в истории логика высказываний, в отличие от логики перипатетиков, в которой атомарными единицами являются термины. Я. Лукасевичем заново был поставлен вопрос о соотношении логики Аристотеля и логики стоиков. Боэций известен как переводчик и один из основных латинских комментаторов логики Аристотеля. Он также автор единственного дошедшего до нас от античности трактата «О гипотетических силлогизмах», содержание которого перекликается с учением стоиков. Этот трактат оказал влияние на развитие логики не только в Западной Римской империи, но и в Византии [7]. Не удивительно, что сейчас учение Боэция о гипотетических силлогизмах вновь стало объектом пристального внимания логиков.

1. Анализ учения о гипотетических силлогизмах в книге К. Дюрра «Пропозициональная логика Боэция»

Одной из первых и основных работ в указанном Я. Лукасевичем направлении была монография К. Дюрра «Пропозициональная логика Боэция», вышедшая в 1951 г. [9]. Как видно из заглавия книги, Дюрр сделал попытку интерпретации учения о гипотетических силлогизмах Боэция, представив его в форме варианта классической пропозициональной логики. Дюрр вводит сначала понятия метанауки и метаязыка. Современную математическую логику он считает метанаукой по отношению к той науке, которая изложена в трактатах Боэция. Соответственно, латинский язык, на котором изложены трактаты Боэция, он считает объектным языком, по отношению к которому язык пропозициональной логики выступает метаязыком. При конструировании метаязыка К. Дюрр опирается на работы Я. Лукасевича и А. Тарского. У Я. Лукасевича он заимствует бесскобочную запись, у А. Тарского — идею перевода объектного языка в метаязык. Из всей современной ему математической логики Дюрр выбирает две логические системы: систему материальной импликации, представленную в «Principia mathematica» Рассела и Уайтхеда, и систему строгой (интенсиональной) импликации, представленную в работе «Символическая логика»

Льюиса и Лэнгфорда. Эти две системы автор выбирает потому, что логические формулы Боэция порой допускают их интерпретацию в форме материальной импликации, но в модальной части учения Боэция необходимо использовать для перевода на язык формул систему строгой импликации. Дюрр выделяет у Боэция две системы: простую и расширенную. В качестве пропозициональных переменных простой системы у Боэция Дюрр берет выражения *hoc est (это есть)* и *illud est (то есть).* Дюрр считает, что глагол отсылает эти выражения к пропозициональным переменным *(есть а, быть а, есть человек, есть день* и т. д.). Расширенная система состоит из 4 пропозициональных переменных: *a est, b est, c est, d est.* К метаязыку относятся следующие функторы: знаки (1) отрицания: *non;* (2) импликации: *si, cum;* (3) дизъюнкции: *aut...aut;* (4) конъюнкции: *atqui, at, autem, et;* (5) следования: *igitur;* (6) модальные знаки: *necesse est (необходимо), contingit (возможно).* Знаков конъюнкции несколько, они, как и знаки импликации, синонимичны. Знак логического следования *igitur* может встречаться только в начале формулы. Дюрр приводит пример перевода первой схемы гипотетического силлогизма: формула Боэция в объектном языке *si est a, est b, atqui est a, est igitur b* в переводе на метаязык имеет вид: *igitur et cpqpq.* Модальные операторы: *contingit esse a* обозначается как $\Diamond p$, *necesse esse a* как $N\Diamond Np$. Семь схем гипотетических силлогизмов, взятые из Комментария Боэция на «Топику» Цицерона и приписываемых обычно стоикам, выглядят у Дюрра следующим образом:

> 1. igitur et cpqpq; 2. igitur et cpqNqNp; 3.1. igitur et NcpNqpq; 3.2. igitur et NcNpqNpNq; 3.3 igitur et NcNpNqNpq; 3.4. igitur et NcpqpNq; 4. igitur et apqpNq; 5. igitur et apqNpq; 6. igitur et NetpqpNq; 7. igitur et NetpqNpq.

Переведем эти схемы в более привычную для нас форму записи и сопроводим их примерами Боэция. Составные части условной пропозиции в этих схемах Боэций называет предшествующей (antecedens) и последующей (consequens), используя для них также и порядковые числительные 1 и 2:

I. $1 \to 2,\ 1 \vdash 2$: если день, то светло, при этом день, светло;

II. $1 \to 2,\ \sim 2 \vdash \sim 1$: если есть день, то светло; при этом не светло, значит, нет дня;

IIIa. $\sim(1 \to \sim 2),\ 1 \vdash 2$: неверно, что если есть день, нет света, но день есть, значит, есть свет;

IIIb. $\sim(1 \to 2),\ 1 \vdash \sim 2$: неверно, что если бодрствует, то спит, при этом бодрствует, значит, не спит;

IIIc. $\sim(\sim 1 \to \sim 2),\ \sim 1 \vdash 2$: неверно, что если нет дня, нет ночи, при этом дня нет, значит, ночь;

IIId. $\sim(\sim 1 \to 2),\ 1 \vdash 2$: неверно, что если нет дня, есть свет, при этом есть день, значит, есть свет;

IV. $(1 \vee 2),\ 1 \vdash \sim 2$: либо день, либо ночь, но день, значит, не ночь;

V. $(1 \vee 2),\ \sim 1 \vdash 2$: либо день, либо ночь, при этом не день, значит, ночь;

VI. $\sim(1\&2),\ 1 \vdash \sim 2$: неверно, что и день и ночь, при этом день, значит, не ночь;

VII. $\sim(1\&2),\ \sim 1 \vdash 2$: неверно, что и день и ночь, при этом не день, значит, ночь.

Для первого модуса Боэций приводит и другой пример: если человек, то смеющееся существо; при этом человек, значит, смеющееся; а также: при этом смеющееся, значит, человек. Причина обратного следования, объясняет он, в том, что человек и смеющееся — равные термины и вторая посылка утверждает не предшествующее, а сопутствующее (subsequens).

Дюрр отмечает, что здесь все схемы следования корректны, кроме последней: она не корректна ни в системе материальной импликации, ни в системе строгой импликации, хотя приведенный Боэцием содержательный пример истинен. Боэций объясняет правильность следования тем, что VI и VII модусы проходят только в тех предложениях, в которых термины соотносятся так, как день или ночь, больной или здоровый, а чего-либо среднего между этими терминами нет.

Таким образом, гипотетические силлогизмы Боэция Дюрр понимает как схемы логического следования. Цель Дюрра при переводе системы Боэция на язык пропозициональной логики состоит в том, чтобы решить, является ли результат перевода теоремой Principia Mathematica или теоремой $S5$ Льюиса. Если формулы оказываются некорректными, Дюрр объясняет эти затруднения, заменяя знаки импликации знаками конъюнкции (например, в формуле $p \to (q \to r)$ et $(q \to \neg r)$ igitur $\neg$ p последний знак импликации он заменяет знаком конъюнкции). При этом Дюрр обходит молчанием те толкования, которые дает Боэций, объясняя правильность этих формул. Заметим, что таких «некорретных» формул оказывается в логике Боэция немало.

Отдавая должное проделанной К. Дюрром большой работе по анализу гипотетических трактатов Боэция, мы должны констатировать, что ему не удалось объяснить те принципы, на основе которых строилась система гипотетических силлогизмов Боэция, и вследствие этого, он не смог объяснить, чем вызвано появление в этой системе «некорректных» формул. Кроме того, как нам кажется, Дюрру не следовало объединять в одну систему два разнородных учения, представленные Боэцием соответственно в двух трактатах, написанных в разное время и с использованием разных источников: «О гипотетических силлогизмах» и «Комментарий к “Топике” Цицерона». Отметим также, что формулы: *a есть; b есть* Боэций называет терминами, а не пропозициями или пропозициональными переменными, как их обозначает Дюрр.

Несмотря на указанные трудности, попытка К. Дюрра представить учение Боэция как прообраз или вариант пропозициональной логики была принята большинством логиков как правомерная. В связи с успехами в развитии математической логики в XX веке эту тенденцию в анализе трактатов Боэция поддержали и продолжили многие авторы (например, Вильям и Марта Нилы [11], Дж. Барнс [8] и др.). Наряду с этим подходом историки философии, такие как М. Фреде [10], Э.Стамп [17] и др., стали показывать в своих работах, что трактаты Боэция — ценный и заслуживающий доверия источник стоической логики.

2. Анализ учения Боэция в статье Кр. Мартина «Отрицание в логике Боэция»

В последние десятилетия наметилось иное прочтение трактата Боэция. Кр. Мартин — один из тех, кто активно вступил в полемику с основными современными авторами, пишущими о логике Боэция. В своей статье «Отрицание в логике Боэция» [14] Кр. Мартин критикует вышеназванных авторов, которые трактуют систему гипотетических силлогизмов Боэция как вариант пропозициональной логики. Кр. Мартин показывает, что изучение языка Боэция и, в особенности, трактовка им отрицания не позволяют считать систему Боэция пропозициональной. У Боэция нет ни идеи пропозициональной формы, ни идеи пропозициональной связки и подстановки. Отметим три момента, которые, по мнению Кр. Мартина, не позволяют считать систему Боэция логикой высказываний. 1) *Трактовка условного суждения.* Условное суждение «Если А, то В» Боэций трактует только как истинное высказывание, в котором существование В неотделимо от существования А. 2) *Трактовка союзов.* Союзы «если, то», «и» Боэций не трактует как пропозициональные связки. Связь между антецедентом и консеквентом истинного условного суждения такая же, как связь между субъектом и предикатом простого суждения. Предложение с союзом «и», поскольку он не выражает соединительную связь, вовсе не рассматривается как сложная пропозиция. «Не имея в распоряжении пропозициональных операций и метода подстановки, Боэций был вынужден перебирать по одному все виды различных составных пропозиций и все комбинации качеств их компонентов» [14, с. 163], — пишет Кр. Мартин. 3) *Трактовка отрицания.* Отрицание нигде не выступает у Боэция в качестве пропозициональной функции или операции над высказыванием. Поэтому «легко опровергнуть суждение, высказанное как Нилами, так и Дж. Барнсом о том, что отрицательное условное суждение — это пропозициональное отрицание утвердительного условного суждения» [14, с. 172], — отмечает Мартин. Боэций делит сложные суждения, как и простые, на утвердительные и отрицательные, при этом отрицание у него выступает не операцией, а качеством сложного суждения. В отрицательном категорическом суждении отрицается связка: A не есть B, а в отрицательном условном отрицается следование: если есть A, то нет (не следует) B. Классификация сложных суждений аналогично делению простых суждений проводится по их качеству. Причина такого деления в том, что Боэций принимает семантический принцип Аристотеля, состоящий в том, что истина и ложь получаются соединением и отделением. В формуле «если есть А, то есть В» бытие А соединяется с бытием В, а в формуле «если есть А, то нет В» — отделяется.

Проведенный Кр. Мартином весьма тщательный анализ системы гипотетических силлогизмов Боэция демонстрирует, что систему Боэция нельзя трактовать не только как классическую пропозициональную логику, как это попытался сделать в своей монографии К. Дюрр, но и в качестве вообще какой-либо пропозициональной системы, как это пытались представить В. и М. Нилы и Дж. Барнс. Если же говорить о неклассической пропозициональной логике, то в целях стимулировать ее развитие Сторрс Макколл [16] в начале 1960-х гг. обратил внимание на исследование гипотетического силлогизма Боэция как на вариант логики родства. «Макколл называет свою формальную систему логикой родства [connexive logic]. Он прибегает к высказанному стоиком Хрисиппом необходимому условию истинности условного суждения, согласно которому между антецедентом и консеквентом должно быть какое-то *родство.* Такое родство существует, как предполагает МакКолл, если и только если антецедент несовместим с высказыванием, противоречащим консеквенту, но совместим с самим консеквентом. Характерная особенность “родственных” логик в том, что они включают в себя пропозициональные высказывания, которые, по мнению Макколла, могут быть найдены у Аристотеля и Боэция» [14, с. 158]. Кр. Мартин далее выдвигает следующее возражение: то, что Макколл называет тезисом Боэция: если (если p, то q), то неверно, что (если p, то не q) — по всей вероятности, не могло утверждаться Боэцием. Ничего из того, что говорит Боэций, не указывает на принятие Боэцием закона условно исключенного третьего $(p \to q) \neq (p \to \sim q)$.

В своей обширной и обстоятельной статье Кр. Мартин анализирует трактаты Боэция с целью уточнить логическую систему Боэция и место его трактатов в истории логики. Его вывод важен также для решения вопроса о специфике стоической логики. Касаясь вышеуказанной работы Элеоноры Стамп, Мартин замечает, что ее попытка показать, что Боэция следует трактовать как корректного и исторически точного комментатора стоической логики, является довольно смелым предположением, так как сам Боэций заявлял, что не знаком с трудами стоиков по сложным пропозициям и в его работах нет почти никаких следов подобного знания, а единственная сделанная им заметка о стоической теории отрицания, похоже, полностью ее искажает. Кр. Мартин показывает, что трактаты Боэция не могут рассматриваться как источник стоических идей. Боэций, считает Кр. Мартин, был, по-видимому, мало знаком со стоическими учениями и не разделял их идей. Зато, считает Кр. Мартин, трактаты Боэция дают богатый материал для изучения логики перипатетиков и неоплатоников. Кр. Мартин считает, что в действительности пропозициональная логика была открыта в истории трижды: первый раз стоиками, после — Абеляром и, наконец, Фреге и другими логиками XX века.

Мы можем выразить солидарность со многими положениями статьи Кр. Мартина. Трактовка следования у Боэция не позволяет свести условную пропозицию в его понимании ни к строгой, ни к материальной импликации. К сожалению, Кр. Мартин не дает ответа на вопрос, в какой современной логической системе все формулы Боэция стали бы корректными. Но, безусловно, логическое учение Боэция следует рассматривать в русле скорее перипатетического, чем стоического учения.

3. Анализ учения Боэция в книге Э. Спеки «Гипотетическая силлогистика и стоическая логика»

Одной из последних обстоятельных работ, посвященных трактату Боэция, является монография «Гипотетическая силлогистика и стоическая логика» Э. Спеки [15]. В своей монографии автор доказывает, что гипотетическая силлогистика греческих комментаторов и Боэция является результатом смешения гипотетической силлогистики ранних перипатетиков и логической аксиоматики стоиков. Он пишет о том, что уже в начале III в. у Александра Афродизийского и Галена наблюдается это смешение, в дальнейшем в школе Аммония оно усиливается, и ко времени Боэция гипотетическая силлогистика ранних перипатетиков и логика стоиков окончательно утрачивают свои различные природы. Ключевое различие между этими двумя логиками состоит в том, что логика перипатетиков является логикой терминов, а логика стоиков — логикой высказываний. Основной критерий для их идентификации, согласно Э. Спеки, состоит в том, что для перипатетиков основанием для классификации является *семантика*, а для стоиков — *синтаксис*. На основе четырех характеристик, данных Боэцием гипотетическим высказываниям, Э. Спека формулирует определение Боэция гипотетических высказываний как сложных высказываний, которые обозначают в силу гипотезы и вместе с ней, что *нечто есть или не есть, если нечто другое есть или не есть*. На первый взгляд, это определение похоже на перипатетическую трактовку гипотетических высказываний, однако далее Э. Спека доказывает, что это не так. Он считает, что Боэций отклонился от перипатетической трактовки, во-первых, в том, что он опустил в своем определении гипотезы отношение несовместимости, которое в классификации гипотетических высказываний перипатетиков является определяющим для разделительных высказываний, а во-вторых, в том, что Боэций вместо семантического критерия деления гипотетических высказываний употребил синтаксический критерий. В шестой главе Э. Спека рассматривает пять аспектов трактовки гипотетических силлогизмов Боэцием, которые служат подтверждением того, что Боэций отклонился от перипатетической трактовки, смешав логику перипатетиков и логику стоиков. В седьмой главе Э. Спека показывает, что логика Боэция определенно является логикой терминов, подобно логике перипатетиков. Однако Боэций применяет к терминам пропозициональные операторы «если, то» и «или», а к полученным высказываниям применяет правила и ограничения стоического происхождения. Вследствие такого смешения двух логик Боэций получает ряд трудностей, на которые указывает Э. Спека. В восьмой главе автор приходит к выводу, что трактат Боэция является непреднамеренным и проблематичным смешением перипатетической и стоической логик [15, p. 111].

Согласиться с общим выводом Э. Спеки о непреднамеренном и проблематичном смешении перипатетической и стоической логик в трактатах Боэция гораздо легче, чем с модернизацией учения Боэция Дюрром, однако данный вывод Э. Спеки мы не можем считать окончательным. То, что Э. Спека считает у Боэция непреднамеренным смешением логик, можно назвать преднамеренной попыткой согласовать семантический и синтаксический подходы. Действительно, как в категорическом, так и в гипотетическом высказывании связываются термины, содержание и объем которых либо совместимы, либо несовместимы. Синтаксис для Боэция важен, но он у него подчинен семантике.

4. Проблема гипотетических силлогизмов в книге Дж. Маренбона «Боэций»

Известный современный историк философии Дж. Маренбон в своей вышедшей в 2003 г. книге «Боэций» обсуждает указанную нами проблему в главе «Гипотетические силлогизмы и проблема античной логики высказываний» [13, p. 50–56]. Отмечая, что трактат о гипотетических силлогизмах — один из поздних трактатов Боэция (написан между 516 и 522 гг.), Маренбон считает справедливым то, что этот трактат привлекает гораздо больше научного интереса, чем трактаты Боэция о категорическом силлогизме. Такой интерес Маренбон объясняет тем, что историки логики, в частности К. Дюрр [9] и Дж. Барнс [8, p. 83–84], считают этот трактат зарождением логики высказываний, первенство в формулировке которой отдают стоикам. Сам Маренбон присоединяется к тем ученым последнего времени, которые отвергают вышеназванный подход. Маренбон предлагает присмотреться более внимательно к содержанию этого трактата, чтобы убедиться в том, что впечатление, будто Боэций излагает логику высказываний, ошибочно. Для того чтобы понять, как и для чего Боэций решает данную задачу, полезно иметь в виду, что категорическая силлогистика Аристотеля прагматична (в отличие, например, от современной символической логики). Силлогистика Аристотеля предоставляет тем, кто ее изучает, аккуратную, хорошо упорядоченную таблицу (сохраненную средневековыми логиками в мнемоническом стихе), которая подсказывает, какие выводы действительны, а какие нет. Аристотель, действительно, обеспечил аппарат для восстановления его таблицы из первых принципов, но таблица может быть понята и использована даже теми, кто не понимает принципов, на которых она основана. Цель Боэция, считает Маренбон, в первую очередь практическая, а именно, построить подобный вид таблицы для гипотетических силлогизмов. Он излагает классификацию различных видов гипотетических пропозиций и различные типы правильных гипотетических силлогизмов, которые могут быть из них образованы [13, p. 51]. Если кто-то хочет сформулировать силлогистический аргумент, он должен действовать только по одной из этих моделей вывода. Книги II и III Боэция целиком посвящены этой таблице. Здесь он говорит о типах высказываний, о силлогизмах из них, вновь, как и в первой книге, используя в целях классификации буквенные обозначения, например: *si est a, non est b etc.* Маренбон указывает, что Боэций, рассматривая в первой книге двучленные гипотетические высказывания (например: *si est a, non est b*), а во второй и третьей книгах — трех- и четырехчленные гипотетические высказывания (например, *если это a, то, если это b, то c*), везде в качестве переменных использует то, что он называет терминами: *est a, est b... etc.* и накладывает ограничения на выводы, связанные со свойствами этих терминов. Например, *если это не A, то это B, при этом B, значит A* будет справедливо, только если «*A*» и «*B*» являются непосредственными противоположностями, то есть это такие предикаты, что всё является или *A* или *B*, и ничто не является ни *A*, ни *B* (например, «телесный» и «бестелесный»). Если бы Боэций говорил о высказываниях, то таких ограничений не возникло бы. Вследствие этих ограничений в системе Боэция появляются «некорректные» формулы. Отрицанием формулы *если p, то q* у Боэция выступает формула *если p, то не-q*. Кр. Мартин объясняет это тем, что Боэцию не хватало понятийного аппарата, чтобы предусмотреть отрицание (или другие логические операторы) в высказываниях [14, с. 161].

То, что гипотетические силлогизмы строятся на связи терминов, совершенно очевидно в разделе, где Боэций анализирует трехчленные силлогизмы с общим термином, и, следуя античным логикам, делит их на три фигуры, приближая схемы гипотетических силлогизмов к схемам трех фигур категорического силлогизма. Что же касается четырехчленных силлогизмов, то в силлогизмах, построенных с этими высказываниями в качестве посылок, возникает та же проблема некорректных в логике высказываний формул, что и у силлогизмов, построенных из трех терминов.

Маренбон соглашается с точкой зрения Энтони Спеки о том, что Боэций смешал теорию терминов перипатетиков с логикой высказываний стоиков. Хотя Боэций указывает, что его трактат о гипотетических силлогизмах наиболее полный и систематический по данному предмету, который можно найти на греческом языке, Маренбон считает, что Боэций знал труды ранних перипатетиков Теофраста и Евдема не в оригинале, но только через более поздние источники, в которых учение перипатетиков уже смешалось с идеями стоиков. В результате своего исследования Маренбон приходит к выводу, что трактат Боэция дает в основном сведения о логике поздних перипатетиков и неоплатоников.

5. Заключение

Завершая обзор основных работ, посвященных интерпретации гипотетических силлогизмов Боэция, следует отметить, что дискуссия не завершена. Трактат Боэция, ставший предметом анализа вышеупомянутых зарубежных авторов, был переведен нами на русский язык и опубликован в 2013 г. [5]. Публикация была осуществлена в том числе, и потому что до сих пор отсутствует перевод трактата на английский или немецкий языки (имеется только перевод трактата на итальянский язык[2]). Проведенный нами анализ трактата и ознакомление с зарубежной критической литературой, посвященной трактату Боэция, позволяет нам сделать следующие выводы.

Боэций продолжает логику перипатетиков, которая является целостной, оригинальной системой, придерживающейся традиций аристотелевского подхода к проблеме отношения логического следования. Эта традиция была продолжена поздними перипатетиками, но развивалась параллельно, не смешиваясь с логикой стоиков.

Боэций продолжает аристотелевский подход, который заключается в том, что синтаксис соответствует семантике, смысловой, содержательный аспект не отрывается окончательно от формального. Истина и ложь, говорит Аристотель, возникают при утверждении и отрицании, соединении и разделении терминов. Так же как термины категорической пропозиции, так и термины гипотетической пропозиции либо совместимы, либо несовместимы. Именно на этом основании связываются термины, а вслед за этим и предложения. При таком подходе более важной оказывается не структура пропозиции, не грамматические союзы, а тип связи между терминами. Как указывает Боэций, термины связаны либо 1) акцидентально (*если огонь горяч, то небо сферическое*), либо 2) сущностно. Сущностная связь, в свою очередь, бывает либо 2а) родови-

[2]Весьма обстоятельные работы итальянских исследователей Л. Обертелло, Р. Пинцани и др. анализируются автором в отдельной статье.

довой (*если человек, то животное*), либо 2б) причинно-следственной (*если день, то свет; если Земля станет заслоном, следует затмение Луны*) [3, с. 325–326]. То, что Боэций считает акцидентальной связью, можно трактовать как материальную импликацию, а то, что он называет сущностной связью, выражать в форме строгой импликации. Но, как видно из трактата, а также из попытки Дюрра, такой подход все равно не позволяет объяснить логическую правильность всех модусов в системе Боэция.

Пропозицию и отрицание Боэций употребляет исключительно в перипатетическом смысле. Латинское слово «пропозиция» — это перевод греческого слова «протасис» — посылка как категорического, так и гипотетического силлогизма. Отрицание — не операция, а качество пропозиции, как категорической, так и гипотетической [6]. Мы видим, что логическая связь у Боэция определяется не структурой пропозиции, а типом **предикации**.

Важно учитывать, что, определяя силлогизм[3], Аристотель имеет в виду любой силлогизм, как простой, так и гипотетический (далее в тексте «Первой Аналитики» он говорит о силлогизмах из гипотезы). Под указанное аристотелевское определение силлогизма больше подходит modus ponens условно-категорического силлогизма. Я. Лукасевич в своей известной книге указал на то, что аристотелевская силлогистика представляет собой систему импликаций: «Если A сказывается о всех $Б$, а $Б$ — о всех $В$, то A необходимо сказывается о всех $В$» [12, с. 123], в то время как традиционный силлогизм представлен в виде правила вывода:

все $Б$ суть A;

все $В$ суть $Б$;

следовательно, все $В$ суть A.

Известный отечественный исследователь логики Аристотеля Я.А. Слинин считает, что обе формулировки, и аристотелевская, и традиционная представляют собой энтимемы. Эта энтимема может быть развернута в следующую полную форму:

Если все $Б$ суть A, а все $В$ суть $Б$, то все $В$ суть A;

Все $Б$ суть A, а все $В$ суть $Б$;

[3] «Силлогизм же есть речь, в которой, если нечто предположено, то с необходимостью вытекает нечто отличное от положенного в силу того, что положенное есть» [2, с. 120].

Следовательно, все B суть A.

Из этого Я.А. Слинин делает вывод, что категорический силлогизм есть спецификация условно-категорического силлогизма, а модус Barbara есть особого рода modus ponens [4, с. 166]. Здесь уместно вспомнить, что пять аксиом стоика Хрисиппа (первая из них — modus ponens) уже имелись в трудах Теофраста. Сведения об этом нам известны из комментария Александра Афродизийского к «Первой Аналитике» Аристотеля. Кроме указанных схем Александр перечисляет такие типы гипотетических силлогизмов Теофраста, как силлогизмы по аналогии и силлогизмы по степени качества. Пример силлогизма по аналогии напоминает аристотелевский: *если человек, то живое существо, если живое существо, то сущность, если человек, то сущность* [2, с. 185]. Таким образом, у перипатетиков посылками силлогизма выступают как категорические суждения, так и условные. Причем, и в тех, и в других связываются термины. Различие между учениями стоиков и перипатетиков не только в трактовке высказываний, но и в понимании силлогизма: стоики считали, что гипотетические силлогизмы независимы от категорических (они сами имеют заключающую силу) и не должны к ним сводиться. У перипатетиков фиксированного списка аксиом нет, но есть три фигуры чисто-гипотетического силлогизма, которые перипатетики уподобляют трем фигурам категорического силлогизма, ибо считают, что доказывающая сила (аксиомы) есть только у категорического силлогизма. Потому что категорические суждения безусловны и могут стать основанием доказательства.

По-видимому, решением этого спора между стоиками и перипатетиками могло бы стать признание вышеуказанного варианта (1) modus ponens условно-категорического силлогизма аксиомой.

К личным достижениям Боэция следует отнести, прежде всего, систематизацию, анализ и подсчет отдельных модусов гипотетических силлогизмов, а также то, что он в этом трактате заложил начала учения о свойствах терминов, которое позже вылилось в целое направление средневековой логики, как западной, так и византийской. Неправильные с точки зрения современной математической логики модусы оказываются корректными в системе Боэция в том случае, когда учитываются свойства входящих в данное предложение терминов, их совместимость либо несовместимость, присущность либо неприсущность. Объяснить особенности логической системы Боэция можно только с учетом его учения о предикации, учения о свойствах терминов.

Литература

[1] *Алексеев М.В.* Гипотетические силлогизмы в трудах Боэция и греческих комментаторов// Логико-философские штудии. Вып. 11 / Под ред. Я.А. Слинина, Е.Н. Лисанюк. СПБ.: Изд-во СПБ. ун-та, 2013. С. 99–113.

[2] *Аристотель.* Первая Аналитика // *Аристотель.* Соч.: в 4 т. Т. 2. М.: Мысль, 1978. С. 117–255.

[3] *Боэций.* О гипотетических силлогизмах / Пер. с лат. Л.Г. Тоноян, научн. ред. пер. Е.В. Алымова // *Тоноян Л.Г.* Логика и теология Боэция. СПб.: Изд-во РХГА, 2013. С. 321–370.

[4] *Слинин Я.А.* Категорический силлогизм как разновидность условно-категорического // Смирновские чтения. 3-я междунар. конф. М., 2001. С. 166.

[5] *Тоноян Л.Г.* Отношение логического следования в трактатах Боэция // Логические исследования. Вып. 18. М.: Наука, 2012. С. 211–233.

[6] *Тоноян Л.Г.* Пропозиция и отрицание в логике Боэция // Логика, язык и формальные модели. СПб, 2012. С. 144–152.

[7] *Тоноян Л.Г.* Византийское восприятие трактата Боэция «О гипотетических силлогизмах» // Вестн. ЛГУ. Философия. 2013. Т. 2. № 4. С. 50–60.

[8] *Barnes J.* Boethius and the Study of Logic // Boethius: His Life, Thought and Influence / Ed. by M. Gibson. Oxford: Basil Blackwell, 1981. P. 73–89.

[9] *Durr K.* The propositional logic of Boethius. Amsterdam: North Holland, 1951. 89 p.

[10] *Frede M.* Die Stoische Logik. Goettingen: Vandenhoeck & Ruprecht, 1974. 224 p.

[11] *Kneale W., Kneale M.* The Development of Logic. Oxford, 1962. 770 p.

[12] *Łukasiewicz J.* Aristotiles syllogistic from the standpoint of modern formal logic, Oxford, 1951. 141 p.

[13] *Marenbon J.* Boethius. Oxford; N.Y.: Oxford University press, 2003. 272 p.

[14] *Martin C.* The Logic of Negation in Boethius // Phronesis. 1991. P. 277–304.

[15] *Speca A.* Hypothetical syllogistic and stoic logic. Leiden; Boston; Koln: Brill, 2001. 146 p.

[16] *Storrs McCall.* Connexive Implication // The Journal of Symbolic Logic. 1966. Vol. 31. P. 415–433.

[17] *Stump E.* Boethius's In Ciceronis Topica and Stoic Logic / Ed by. F. Wippel John. Studies in Medieval Philosophy. Washington (D.C.), 1987. P. 1–22.

L.G. Tonoyan

Discussions about the Logical Doctrine of Boethius in Modern Foreign Literature

Tonoyan Larisa Grachikova
Department of Logic, Institute of Philosophy,
Saint-Petersburg State University.
5 Mendeleevskaya Liniya, St. Petersburg, 199034, Russian Federation.
E-mail: `tonoyan2003@list.ru`

With the development of symbolic logic in the foreign literature in the XX century, new approaches to Boethius treatise "On the hypothetical syllogism" and attempts to introduce a hypothetical system of Boethius as a variant of propositional logic appear. As a result of these attempts to modernize the teaching of Boethius there was a discussion about the question whether Boethius developed Stoic logic, which is considered to be the forerunner of propositional logic, or logic of peripatetics, built on different principles. The article reviews the approaches of K. Durr, W. Kneale and M. Kneale, Jonathan Barnes, Eleonore Stump, C. Martin, A. Speca, J. Marenbon, and others. The objective of the article is to compare the main points of view of this scientific discussion, and the author's goal is to clarify the nature and specifics of the teachings of Boethius' hypothetical syllogisms.

Keywords: logic of Boethius, Aristotle's logic, the logic of the Stoics, the doctrine of hypothetical syllogism, propositional logic, the doctrine of terms

References

[1] Alekseev, M.V. "Gipoteticheskie sillogizmy v trudakh Boetsiya i grecheskikh kommentatorov" [Hypothetical syllogisms in the works of Boethius and the Greek commentators], in: ed. by Ya.A. Slinina, E.N. Lisanyuk, *Logiko-filosofskie shtudii.*, vol. 11, SPb.: Izd-vo SPb un-ta, 2013, pp. 99–113. (In Russian)

[2] Aristotel'. "Pervaya Analitika" [First Analysis], in: Aristotel', *Sochineniya v 4 t.* [Works in 4 vols], t. 2. M.: Mysl', 1978. pp. 117–255. (In Russian)

[3] Boetsii. "O gipoteticheskikh sillogizmakh" [On hypothetical syllogisms], trans. from lat. by L.G. Tonoyan, scientific Ed. trans. E.V. Alymova, in: L.G. Tonoyan, *Logika i teologiya Boetsiya* [Logic and theology of Boethius]. SPb.: Izd-vo RKhGA, 2013, pp. 321–370. (In Russian)

[4] Slinin, Ya. A. "Kategoricheskii sillogizm kak raznovidnost' uslovno-kategoricheskogo" [Categorical syllogism as a kind of quasi-categorical], *Smirnovskie chteniya. 3-ya mezhdunarodnaya konferentsiya*, Moscow, 2001, p. 166. (In Russian)

[5] Tonoyan, L.G. “Otnoshenie logicheskogo sledovaniya v traktatakh Boetsiya” [The ratio of logical implication in the treatises of Boethius], *Logicheskie issledovaniya.*, 2012, vol. 18, pp. 211–233. (In Russian)

[6] Tonoyan, L.G. “Propozitsiya i otritsanie v logike Boetsiya” [A proposition and denial of logic of Boethius], *Logika, yazyk i formal'nye modeli.*. SPb., 2012, pp. 144–152. (In Russian)

[7] Tonoyan, L.G. “Vizantiiskoe vospriyatie traktata Boetsiya ‘O gipoteticheskikh sillogizmakh”’ [Byzantine perception of treatise of Boethius “On the hypothetical syllogism”], *Vestnik LGU. Filosofiya.*, 2013, vol. 2, no 4. pp. 50–60. (In Russian)

[8] Barnes, J. “Boethius and the Study of Logic”, in: M. Gibson, *Boethius: His Life, Thought and Influence, Basil Blackwell.* Oxford, 1981. pp. 73–89.

[9] Durr, K. *The propositional logic of Boethius.* Amsterdam: North Holland, 1951. 89 pp.

[10] Frede, M. *Die Stoische Logik.* Goettingen: Vandenhoeck & Ruprecht, 1974. 224 pp.

[11] Kneale, W., Kneale, M. *The Development of Logic.* Oxford, 1962, pp. 186–196.

[12] Łukasiewicz, J. *Aristotiles syllogistic from the standpoint of modern formal logic.* Oxford, 1951. 141 pp.

[13] Marenbon, J. *Boethius.* Oxford; N.Y.: Oxford University press, 2003. 272 pp.

[14] Martin, C. “The Logic of Negation in Boethius”, *Phronesis*, 1991, pp. 277–304.

[15] Speca, A. *Hypothetical syllogistic and stoic logic.* Leiden, Boston, Koln: Brill, 2001. 146 pp.

[16] Storrs, McCall. “Connexive Implication”, *The Journal of Symbolic Logic*, 1966, vol. 31, pp. 415–433.

[17] Stump, E. “Boethius's In Ciceronis Topica and Stoic Logic”, in: ed by. F. Wippel John, *Studies in Medieval Philosophy.* Washington D.C., 1987, pp. 1–22.

Логические исследования
2015. Т. 21. № 2. С. 186–187
УДК 164.043+510.644

Logical Investigations
2015, vol. 21, no 2, pp. 186–187

Исправления

Erratum

N.E. Tomova

Erratum to: Natural Implication and Modus Ponens Principle

Tomova Natalya Evgenyevna
Department of Logic, Institute of Philosophy, Russian Academy of Sciences.
14/5 Volkhonka St., Moscow, 119991, Russian Federation.
E-mail: natalya-tomova@yandex.ru

In the paper [1] some mistakes have occured and the main results are corrected herein.

1. The theorem 1 on page 140 is not correct for matrix

$\mathfrak{M}_3 =< \{1, 1/2, 0\}, \to, \{1, 1/2\} >$, where $\to$ is defined by truth-table:

$\to$	1	1/2	0
1	1	1	0
1/2	1	1	1/2
0	1	1	1

In particular, lemmas 1 and 2, which are used in the proof of the theorem 1, don't hold for the above mentioned matrix[1]. More over, we can give a counter-example, which shows that the rule *modus ponens* is not tautologousness-preserving in matrix $\mathfrak{M}_3$. For example,

$\models_{\mathcal{M}_3} q \to ((q \to (q \to r)) \to r)$ *and*
$\models_{\mathcal{M}_3} (q \to ((q \to (q \to r)) \to r)) \to ((p \to (q \to r)) \to ((p \to q) \to (p \to r)))$,
but $\not\models_{\mathcal{M}_3} (p \to (q \to r)) \to ((p \to q) \to (p \to r))$.

2. The assertion that the extended class of natural implications consists of 80 implications is not correct. So, there are only 18 natural implications (and respectively logical matrices) for which the rule *modus ponens* is tautologousness-preserving, but not truth-preserving.
2 implications when $D = \{1\}$:

[1]The author is grateful to L. Devyatkin that he pointed out that fact.

$\to$	1	$1/2$	0
1	1	1	0
$1/2$	1	1	a
0	1	1	1

where $a \in \{0, 1\}$.

16 implications when $D = \{1, 1/2\}$:

$\to$	1	$1/2$	0
1	1	$1/2$	0
$1/2$	a	a	a
0	1	1	1

$\to$	1	$1/2$	0
1	1	$1/2$	0
$1/2$	a	a	$1/2$
0	1	$1/2$	1

$\to$	1	$1/2$	0
1	1	b	0
$1/2$	1	1	1
0	1	1	1

$\to$	1	$1/2$	0
1	1	0	0
$1/2$	$1/2$	$1/2$	$1/2$
0	1	1	1

$\to$	1	$1/2$	0
1	1	1	0
$1/2$	1	1	1
0	1	$1/2$	1

where $a \in \{1, 1/2\}, b \in \{0, 1\}$.

Thus, the extended class of natural implications consists of 48 implications (for 30 of which the rule *modus ponens* is truth-preserving).

References

[1] Tomova, N.E. "Natural Implication and Modus Ponens Principle", *Logical Investigations*, 2015, vol. 21, no 1, pp. 138–143.

Information for authors

• *Logical Investigations* accepts for submission papers containing original results in all areas of logic. The papers should not have been published or simultaneously submitted to another publication. (Sections of the journal: `http://eng.iph.ras.ru/log_inv.htm`)

• The Editor in Chief makes the decision which of the submitted articles should be published, with due account for opinions of the Editorial Board and the reviewers. The decision is made within two months since the date of submission of the manuscript.

• Authors are not charged for the publication.

• Papers should be submitted electronically in the $\LaTeX 2_\varepsilon$ format (special permission of the editorial board is needed for submissions to be made in the MS Word format). While typesetting a paper, the style file li.sty and the master file li.tex should be used; both files, along with a sample paper file, can be accessed at `http://eng.iph.ras.ru/page49940199.htm`

• Papers should not exceed 24 pages in the above mentioned format (including the notes, the bibliography, the abstract).

• Footnotes should appear at the bottom of the page and should be numbered sequentially throughout the paper.

• In addition to the prinicipal text, the manuscript should include the following mandatory elements:

1) Information about the author(s):
   - first and last names of the author;
   - affiliation;
   - full address of the place of work (including the postal code, country and city);
   - author's e-mail address.
2) abstract (100 to 200 words);
3) keywords (5-7 words/word combinations);
4) the list of works cited.

• The bibliographical references should be placed at the end of the paper as the general list ordered alphabetically, and formatted in strict accordance with the guidelines of the international bibliographical databases (Scopus and others). Please see the guidelines here: `http://eng.iph.ras.ru/page49940199.htm`

Submissions should be e-mailed to the following address:
logicalinvestigations@gmail.com

К сведению авторов

• Журнал «*Логические исследования*» принимает к публикации рукописи, содержащие изложение оригинальных результатов из различных областей современной логики, ранее не публиковавшиеся и не представленные к публикации в других изданиях. (Рубрики журнала см. `http://iph.ras.ru/login.htm`)

• Решение о публикации текста принимается главным редактором с учетом мнения редколлегии и оценки рецензентов. Решение о публикации принимается в течение двух месяцев с момента предоставления рукописи.

• Плата за опубликование рукописей не взимается.

• Рукопись должна быть представлена в электронном виде и оформлена в формате LaTeX 2_ε (по согласованию с редколлегией — в MS Word с обязательным предоставлением pdf-файла). При подготовке рукописи в LaTeX 2_ε необходимо использовать стиль li.sty. Стилевой файл размещен в правилах предоставления рукописей: `http://iph.ras.ru/login_rec.htm`

• Объем рукописи не должен превышать 24 стр. (60 тыс. знаков), включая ссылки, примечания, список литературы, аннотацию.

• Примечания, сноски к тексту статьи делаются постранично с использованием сквозной нумерации.

• Помимо основного текста, рукопись должна включать в себя следующие обязательные элементы на **русском** и **английском языках**:

1) сведения об авторе(ах):
   - фамилия, имя и отчество автора;
   - место работы;
   - полный адрес места работы (включая индекс, страну, город);
   - адрес электронной почты автора.
2) название статьи;
3) аннотация (от 100 до 200 слов);
4) ключевые слова (5-7 слов/словосочетаний);
5) список литературы.

• Цитированная литература помещается в конце статьи общим списком в алфавитном порядке и оформляется строго в соответствии с правилами. Рукописи на русском языке обязательно должны содержать *два варианта представления списка литературы*:

1) список, озаглавленный «Литература» и выполненный в соответствии с требованиями ГОСТа.

2) список, озаглавленный «References» и выполненный в соответствии с требованиями международных библиографических баз данных (Scopus и др.). (Правила оформления литературы см. `http://iph.ras.ru/login_rec.htm`)

Статьи следует направлять по адресу
logicalinvestigations@gmail.com

Научно-теоретический журнал

Логические исследования / Logical Investigations
Том 21 № 2

Учредитель и издатель:
Институт философии РАН

Свидетельство о регистрации СМИ ПИ № ФС77-61228 от 03.04.2015 г.

Художник *Н.Н. Попов*

Редактор *Е.А. Жукова*

Технические редакторы: *Ю.А. Аношина, Ю.В. Хорькова*

Подписано в печать с оригинал-макета 28.09.15.
Формат 70x100 1/16. Печать офсетная. Гарнитура Computer Modern.
Усл. печ. л. 12,0. Уч.-изд. л. 10,57. Тираж 1 000 экз. Заказ № 28.

Оригинал-макет изготовлен в Институте философии РАН

Компьютерная верстка: *Н.Е. Томова*

Отпечатано в ЦОП Института философии РАН
119991, г. Москва, ул. Волхонка, д. 14, стр. 5

Информацию о наших изданиях см. на сайте Института философии:
`http://iph.ras.ru/login.htm`